



**Carlos Filipe Raposo Posse**

Licenciado em Ciências de  
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

## **Controlo *Unfalsified* em Sistemas MIMO**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Eletrotécnica e de Computadores

Orientador : Fernando José Vieira do Coito, Professor Doutor,  
FCT-UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor João Miguel Murta Pina

Arguente: Prof. Doutor Luís Filipe Figueira de Brito Palma

Vogal: Prof. Doutor Fernando José Vieira do Coito



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Setembro, 2014**



## **Controlo *Unfalsified* em Sistemas MIMO**

Copyright © Carlos Filipe Raposo Posse, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



*Dedico esta tese à minha família e namorada.*



# Agradecimentos

Ao meu orientador Professor Fernando Coito pela excelente dedicação, compreensão e orientação ao longo de toda a dissertação, e pela partilha de conhecimentos que me permitiram realizá-la.

Aos meus colegas e amigos de curso, que direta ou indiretamente contribuíram para este trabalho, e todo o curso que o antecedeu.

Ao Rodrigo Francisco, Andreia Ribeiro, Mariana Côrte-Real e Hugo Saraiva, que foram pedras fundamentais em muitos momentos chave destes anos, dentro e fora do curso.

A toda a minha família, em especial pais e irmãos, que contribuíram para a minha formação pessoal e educacional, que me fazem acreditar que tudo é possível.

Finalmente, obrigado à maior razão da conclusão desta dissertação. À Adriana Chamber, cuja preocupação sem limite e força de vontade inigualável me fazem avançar na vida, cujo apoio e cumplicidade ao longo destes anos me permitiram alcançar patamares inimagináveis como este.





# Resumo

---

Com o crescente progresso tecnológico, surgem sistemas mais eficientes, mas também mais complexos e não-lineares. Isto torna-se mais evidente em sistemas *Multi-Input Multi-Output* (MIMO), devido a diferentes efeitos que uma entrada possa ter sobre diversas saídas. Para estes sistemas, a obtenção de modelos matemáticos que capturem, com precisão aceitável, a dinâmica do sistema, torna-se cada vez mais complexa e custosa.

Sendo que muitos dos sistemas utilizados hoje em dia são MIMO, a diminuição na precisão dos modelos matemáticos é uma adversidade à eficiência dos sistemas de controlo. Isto deve-se a grande parte dos métodos de projeto de controladores terem como base o modelo do sistema.

O trabalho realizado nesta dissertação pretende desenvolver uma estrutura de supervisão para sistemas MIMO, com base em controlo *Unfalsified*, ou *Unfalsified Control* (UC). Este consiste numa abordagem de controlo adaptativo, cujo processo de adaptação se traduz na seleção de um controlador, de entre um conjunto pré-determinado. Em cada momento é selecionado o controlador que mais se adequa ao objetivo de controlo pretendido. A utilização de UC representa uma possível solução para o problema apresentado, pois utiliza apenas dados experimentais recolhidos do funcionamento do processo. Assim, contorna a necessidade da existência de modelos do processo.

Existem, no entanto, dificuldades associadas à comutação de controladores, pelo que este trabalho pretende também desenvolver uma estrutura de *Bumpless Transfer* (BT), de forma a reduzir estes efeitos. Finalmente, a utilização de dados experimentais implica que a aplicação de UC a um processo está apenas limitada ao ajuste dos parâmetros do sistema de supervisão, e à existência de um conjunto de controladores adequados.

**Palavras-chave:** Sistemas *Multi-Input Multi-Output* (MIMO), Controlo adaptativo, *Unfalsified Control* (UC), *Bumpless Transfer* (BT)

---



# Abstract

---

With the rampant technological growth, more efficient systems have appeared, but also more complex and non-linear. This becomes more evident in Multi-Input Multi-Output (MIMO) systems, due to different effects that an input may have on several outputs. For this systems, the process of obtaining a mathematical model, that captures the system's dynamic with acceptable precision, is becoming more and more expensive and complex.

Since most of the systems used today are MIMO, the decrease in mathematical models precision presents itself as a set-back in terms of control system efficiency. This is due to most of the controller tuning methods being based on the system's model.

The work presented on this thesis means to develop a supervision structure for MIMO systems, based on Unfalsified Control (UC). This is an adaptive control approach, whose adaptive process translates to the selection of a controller from a pre-determined set. In each moment, the most adequate controller for the wanted control objective is selected. The use of UC presents a possible solution for the presented problem, as it uses only experimental data from the process's operation. This way, the need for process models is bypassed.

There are, however, adversities associated with controller switching, whereby this work also means to develop a Bumpless Transfer (BT) structure, to reduce this effects. Finally, using only experimental data means that, the application of UC to a process is only limited by an adjustment to the supervisor's parameters, and the existence of an adequate set of controllers.

**Keywords:** Multi-Input Multi-Output (MIMO) systems, Adaptive control, *Unfalsified Control* (UC), Controller switching, Bumpless Transfer (BT)

---



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Identificação do Problema e Motivação . . . . .	2
1.2	Contribuições . . . . .	3
1.3	Estrutura da Dissertação . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Controlo Adaptativo Comutado</b>	<b>5</b>
2.1	Controlo Adaptativo Supervisionado . . . . .	6
2.1.1	Supervisão Baseada em Estimadores . . . . .	8
2.1.2	Supervisão Baseada em Desempenho . . . . .	9
2.2	Conceito de Controlo <i>Unfalsified</i> . . . . .	11
2.2.1	Função de Desempenho . . . . .	13
2.3	Modelo de Estado . . . . .	16
2.4	Comutação de Controladores . . . . .	17
2.5	Exemplo de Aplicação . . . . .	20
2.6	Resumo . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Controlo <i>Unfalsified</i> em Sistemas MIMO</b>	<b>29</b>
3.1	Motivação para Caso de estudo . . . . .	29
3.2	Modelação do Caso de Estudo . . . . .	29
3.2.1	Parametrização do Modelo . . . . .	32
3.3	Controlo de Velocidade e Distância . . . . .	38
3.3.1	Desenvolvimento dos Controladores . . . . .	38
3.3.2	Troca dos Controladores . . . . .	42
3.3.3	Saturação das Ações de Controlo e <i>Anti-Windup</i> . . . . .	43
3.4	Aplicação de <i>Bumpless Transfer</i> . . . . .	46
3.5	Implementação do Sistema de Supervisão . . . . .	47
3.5.1	Dinâmica em Anel Fechado . . . . .	48
3.5.2	Estudo da Função de Desempenho . . . . .	50
3.5.3	Extensão da Função de Desempenho . . . . .	54

3.6	Teste de Controladores com Efeito Integral . . . . .	55
3.6.1	Problema de Ganho Estático . . . . .	55
3.6.2	Problema de Constante de Tempo . . . . .	59
3.6.3	Análise de Controladores com Efeito Integral . . . . .	61
3.7	Teste de Controladores sem Efeito Integral . . . . .	63
3.7.1	Desenvolvimento de Controladores . . . . .	63
3.7.2	Sistema de Supervisão . . . . .	70
3.7.3	Simulação de Controladores sem Efeito Integral . . . . .	70
3.8	Resumo . . . . .	77
<b>4</b>	<b>Controlo <i>Unfalsified</i> de um Protótipo Laboratorial</b>	<b>79</b>
4.1	Modelação do Protótipo Laboratorial . . . . .	79
4.1.1	Cálculo da Velocidade e Desvios de Direção . . . . .	80
4.1.2	Estudo de Não-Linearidades . . . . .	82
4.1.3	Modelação dos Motores . . . . .	83
4.1.4	Modelação da Dinâmica do Protótipo . . . . .	85
4.2	Desenvolvimento de Controladores . . . . .	88
4.3	Sistema de Supervisão . . . . .	94
4.4	Simulação do Protótipo com <i>Unfalsified Control</i> . . . . .	94
4.5	Resumo . . . . .	97
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>99</b>
5.1	Conclusões . . . . .	99
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	101

# Lista de Figuras

2.1	Diagrama de blocos de anel fechado com supervisão . . . . .	6
2.2	Estrutura de supervisão baseada em estimadores . . . . .	8
2.3	Estrutura de supervisão baseada em desempenho . . . . .	9
2.4	Diagrama de blocos de um anel fechado com UC . . . . .	11
2.5	Diagrama de blocos do monitor de desempenho de um sistema com UC .	12
2.6	Relação entre fator de esquecimento e peso das amostras . . . . .	15
2.7	Diagrama de blocos de modelo de estado . . . . .	17
2.8	Decomposição <i>slow-fast</i> de um controlador . . . . .	18
2.9	Resposta ao degrau unitário dos modelos especificados para o exemplo .	22
2.10	Resposta em frequência do sistema para o exemplo . . . . .	22
2.11	Resposta em frequência dos ganhos de malha para o exemplo . . . . .	23
2.12	Comparação entre os modelos e os anéis fechados . . . . .	24
2.13	Resposta no tempo para teste de BT . . . . .	25
2.14	Resposta no tempo para teste de UC . . . . .	26
3.1	Modelo do comboio . . . . .	30
3.2	Modelo do comboio com referenciais . . . . .	30
3.3	Entradas e saídas do modelo . . . . .	31
3.4	Bloco ligado por mola . . . . .	33
3.5	Distância entre carruagens ligadas por mola . . . . .	34
3.6	Distância entre carruagens ligadas por mola e amortecedor . . . . .	35
3.7	Evolução da velocidade com atrito . . . . .	36
3.8	Distâncias entre as carruagens do modelo completo . . . . .	37
3.9	Arquitetura de controlo com dois anéis fechados . . . . .	38
3.10	Estrutura PID . . . . .	39
3.11	Respostas do anel fechado com controlador de velocidade . . . . .	40
3.12	Respostas do anel fechado com controlador de distância . . . . .	40
3.13	Respostas do sistema, com todos os controladores, com duas saídas . . . .	41

3.14	Arquitetura de controlo com troca dos controladores . . . . .	42
3.15	Respostas do sistema, com troca de controladores . . . . .	43
3.16	Respostas do sistema, com saturação, com ambas as arquiteturas . . . . .	45
3.17	Respostas do sistema e ações de controlo, com e sem BT . . . . .	47
3.18	Comparação entre sistema e modelo de velocidade . . . . .	49
3.19	Relação entre $\alpha$ , $D$ e $s[\%]$ , em sistemas de 2ª ordem, com zero . . . . .	49
3.20	Comparação entre sistema e modelo de distância . . . . .	50
3.21	Respostas do sistema, em configuração SISO, com controlador de velocidade	52
3.22	Respostas do sistema, em configuração SISO, com controlador de distância	52
3.23	Respostas do sistema, com comutação de referências . . . . .	53
3.24	Respostas do sistema, com nova função de desempenho . . . . .	55
3.25	Arquitetura de controlo com falha de ganho . . . . .	56
3.26	Respostas do sistema, com falha de ganho . . . . .	57
3.27	Respostas do sistema com falha de ganho, com comutação de referências .	58
3.28	Arquitetura de controlo com falha de constante de tempo . . . . .	59
3.29	Respostas do sistema, com falha de constante de tempo . . . . .	60
3.30	Resposta em frequência do sistema . . . . .	64
3.31	Resposta em frequência dos ganhos de malha . . . . .	65
3.32	Resposta em frequência do sistema com troca de controladores . . . . .	66
3.33	Resposta em frequência dos ganhos de malha com troca de entradas . . .	67
3.34	Resposta em frequência de velocidade com falha . . . . .	68
3.35	Resposta em frequência do ganho de malha com falha . . . . .	69
3.36	Resposta das arquiteturas sem efeito integral . . . . .	72
3.37	Arquitetura de controlo com instabilidade . . . . .	73
3.38	Resposta em frequência de distância, tendo em conta o efeito da velocidade	73
3.39	Resposta de arquiteturas sem efeito integral, sem esquecimento . . . . .	75
3.40	Resposta de arquiteturas sem efeito integral, com ruído . . . . .	76
4.1	Robô NXT a utilizar . . . . .	79
4.2	Relação entre entrada e velocidade do robô . . . . .	82
4.3	Sobreposição das retas de funcionamento . . . . .	83
4.4	Resposta em frequência dos motores do robô . . . . .	85
4.5	Sobreposição das respostas em frequência . . . . .	86
4.6	Resposta em frequência da velocidade do robô e do modelo . . . . .	87
4.7	Diagrama de blocos do anel fechado de distância . . . . .	87
4.8	Resposta em frequência da distância entre os robôs . . . . .	88
4.9	Resposta em frequência dos ganhos de malha do conjunto de robôs . . . .	91
4.10	Resposta em frequência da velocidade do robô com falha . . . . .	92
4.11	Resposta em frequência do ganho de malha do robô, com falha . . . . .	93
4.12	Respostas do conjunto de robôs . . . . .	96



# Lista de Tabelas

2.1	Especificações de anel fechado para o exemplo . . . . .	21
2.2	Dados de resposta em frequência dos ganhos de malha para o exemplo . .	23
3.1	Especificações para estrutura de duas saídas e ganhos dos controladores .	39
3.2	Referências para os dois anéis fechados . . . . .	41
3.3	Referências para os dois anéis fechados, com saturação . . . . .	44
3.4	Dados das respostas temporais com ambos os controladores . . . . .	48
3.5	Dados para construção do modelo de velocidade . . . . .	48
3.6	Dados para construção do modelo de distância . . . . .	50
3.7	Referências para teste da estrutura de UC . . . . .	51
3.8	Referências para o problema de ganho . . . . .	56
3.9	Referências para o problema de constante de tempo . . . . .	60
3.10	Especificações para estrutura sem efeito integral . . . . .	63
3.11	Dados dos controladores para a arquitetura normal . . . . .	65
3.12	Dados dos controladores para a arquitetura com troca . . . . .	66
3.13	Dados do controlador para a terceira arquitetura . . . . .	68
3.14	Dados de todas as arquiteturas para todas as situações . . . . .	69
3.15	Dados para construção dos modelos em anel fechado . . . . .	70
3.16	Referências para teste de arquiteturas sem efeito integral . . . . .	71
4.1	Dados das experiências para determinação do modelo . . . . .	84
4.2	Especificações para os anéis fechados do conjunto de robôs . . . . .	89
4.3	Dados dos controladores do conjunto de robôs, para a primeira arquitetura	90
4.4	Dados do controlador do robô, para a segunda arquitetura . . . . .	92
4.5	Dados de ambas as arquiteturas dos robôs para ambas as situações . . . .	93
4.6	Dados para construção dos modelos em anel fechado para o conjunto de robôs . . . . .	94
4.7	Referências para teste de arquiteturas no conjunto de robôs . . . . .	95



# Lista de Acrónimos

**AWBT** *Anti-Windup e Bumpless Transfer*

**BT** *Bumpless Transfer*

**MIMO** *Multi-Input Multi-Output*

**SISO** *Single-Input Single-Output*

**UC** *Unfalsified Control*

**ZOH** *Zero-Order Hold*



# Lista de Símbolos

$D$	Fator de Amortecimento
$e$	Sinal de Erro
$\tilde{e}$	Sinal de Erro Fictício
$MF$	Margem de Fase
$r$	Sinal de Referência
$\tilde{r}$	Sinal de Referência Fictício
$t_a$	Tempo de amostragem
$t_s$	Tempo de estabelecimento
$u$	Sinal de Entrada
$V$	Índice de Desempenho
$y$	Sinal de Saída
$\tilde{y}$	Sinal de Saída Fictício
$\gamma$	<i>Threshold</i> de Comutação
$\lambda$	Parâmetro de Peso do Sinal de Entrada
$\rho$	Fator de Esquecimento
$\omega_{LB}$	Largura de Banda
$\omega_n$	Frequência Natural





# Introdução

*Resumo: Neste capítulo é feita uma abordagem aos temas envolvidos neste trabalho, assim como a identificação do problema, as motivações para a sua resolução e o contexto onde o trabalho está inserido.*

O controlo de sistemas é um aspeto crítico inerente à maior parte da tecnologia usada atualmente. O objetivo consiste em que os sistemas funcionem de forma estável, e que apresentem um determinado comportamento, especificado consoante a função do sistema. Existem bastantes técnicas estudadas para realizar o controlo de sistemas, estando a decisão de qual a utilizar sujeita ao tipo de sistema, e ao comportamento pretendido.

O controlo adaptativo é um tipo de técnicas de controlo dedicado a sistemas com incertezas de modelação. Baseia-se na sintonização contínua dos parâmetros dos controladores, de forma a permitir a adaptação a variações nos processos [12]. Isto permite controlar sistemas cujo comportamento dinâmico varie ao longo do tempo, ou pontos de funcionamento distintos de sistemas não-lineares, garantindo a estabilidade do anel fechado.

Os métodos de controlo adaptativo supervisionado surgem para situações em que os métodos de controlo adaptativo clássico apresentam limitações. Estes utilizam um bloco lógico denominado supervisor, que tem o objetivo de alterar os parâmetros dos controladores, mas apenas em determinados instantes. Assim, a lógica do supervisor, a estimação do modelo e o projeto dos controladores tornam-se processos independentes, simplificando a realização dos mesmos.

Existem diversos métodos de adaptação e lógicas do supervisor usados em controlo

adaptativo supervisionado. A maior parte apresenta um comportamento bastante distinto do controlo adaptativo clássico, e confere vantagens em termos de aplicabilidade e eficiência, quando aplicados em sistemas específicos.

## 1.1 Identificação do Problema e Motivação

O desenvolvimento de novos métodos de controlo adaptativo supervisionado permite controlar sistemas cada vez mais complexos. Este fato torna-se particularmente interessante no controlo de sistemas *Multi-Input Multi-Output* (MIMO), pois geralmente apresentam comportamentos dinâmicos complicados de modelar, em comparação com os sistemas *Single-Input Single-Output* (SISO).

Os sistemas MIMO geralmente apresentam elevada dependência entre entradas e saídas, ou seja, a atuação numa entrada pode provocar alterações em duas ou mais saídas. Alguns destes efeitos podem até não ser considerados na modelação, dando origem a comportamentos erráticos do modelo. O controlo destes sistemas pode ser realizado de duas formas: através de um controlador MIMO, ou de diversos controladores SISO.

A utilização de um controlador MIMO tem como principal vantagem a possibilidade de incorporar o modelo MIMO no seu funcionamento, ou seja, este pode ter em conta as dependências referidas. No entanto, isto torna o projeto dos controladores num processo complexo, e o seu comportamento depende do grau de incerteza com que as dependências são modeladas. Para além disto, no caso de alteração das características dinâmicas do processo, ou de alterações dos objetivos de controlo, é necessário um redimensionamento completo do controlador.

Por outro lado, podem ser utilizados diversos controladores SISO, através da implementação de anéis fechados individuais, para cada saída do sistema. O projeto de cada controlador é um processo significativamente menos complexo que o de controladores MIMO, com técnicas extensivamente estudadas na literatura. Confere ainda a possibilidade de utilização de controladores com diferentes estruturas para cada anel, dando resposta a diferentes necessidades. Com a alteração das características dinâmicas do processo, ou dos objetivos de controlo, a re-sintonização dos controladores torna-se bastante mais simples. No entanto, não são tidas em conta as dependências entre as entradas e saídas do sistema, podendo dificultar o projeto dos controladores para determinados objetivos, ou até mesmo impossibilitar o seu cumprimento.

Controlo adaptativo supervisionado baseado em desempenho representa uma possível solução para os problemas de modelação referidos, ultrapassando a modelação do comportamento dinâmico complexo dos sistemas. Neste caso, são utilizados dados recolhidos do funcionamento do processo para o cálculo de índices de desempenho para os controladores. Estes índices fornecem uma estimativa do comportamento do anel fechado, caso o controlador respetivo esteja em utilização.



No contexto de eliminar completamente a utilização de modelos de processos, surge o conceito de controlo *Unfalsified*, ou *Unfalsified Control* (UC). Este é um tipo de controlo adaptativo supervisionado baseado em desempenho, pelo que usa dados recolhidos do funcionamento do processo. Estes dados são utilizados para, em cada instante, determinar o desempenho de um conjunto pré-determinado de controladores. O bloco supervisor consegue decidir qual o controlador que deve ser inserido no anel fechado de forma a cumprir um determinado objetivo de controlo.

O método de adaptação utilizado pelo UC traduz-se na comutação de controladores de entre um conjunto pré-determinado. Este método tem ganho cada vez mais relevância, devido a permitir o desenvolvimento de controladores com diferentes estruturas para diversos pontos de funcionamento. Sendo sistemas não-lineares, ou cuja dinâmica varia ao longo do tempo, é possível obter comportamentos distintos em anel fechado para cada ponto de funcionamento.

Resumidamente, o controlo *Unfalsified* destaca-se de outros métodos de controlo adaptativo supervisionado, devido ao método de decisão de qual o controlador a inserir no anel fechado. Este não depende do projeto dos controladores, nem utiliza um modelo do processo, sendo apenas necessário conhecer qual o objetivo de controlo a atingir.

No caso de, num instante de comutação, o controlador inserido no anel fechado e o que será inserido produzirem ações de controlo distintas, verifica-se o aparecimento de regimes transitórios abruptos e descontinuidades no sinal de entrada do sistema. Isto pode causar comportamentos indesejáveis do anel fechado, saturação dos atuadores, ou até instabilidade, e pode ser denominada como *bumpy transfer*. De forma a reduzir este comportamento, ou seja, a assegurar uma *Bumpless Transfer* (BT) entre controladores, têm sido desenvolvidas diversas técnicas ao longo dos anos.

Revela-se interessante o estudo da aplicabilidade do conceito de UC a sistemas MIMO, recorrendo a controladores SISO. O objetivo consiste em desenvolver um sistema de controlo adaptativo supervisionado, cujo funcionamento se baseia em dados recolhidos do processo. O controlo é realizado a partir de controladores SISO, com anéis de controlo individuais, projetados a partir de técnicas bem consolidadas e de complexidade inferior, sem a necessidade de obter modelos matemáticos para o processo.

## 1.2 Contribuições

A principal contribuição desta dissertação consiste no estudo da aplicabilidade do conceito de UC para o controlo de sistemas MIMO através de controladores SISO, reduzindo os aspetos negativos associados ao controlo deste tipo de sistemas, e apresentar uma alternativa à obtenção de modelos matemáticos dos mesmos.

Como foco principal, é desenvolvida e implementada uma estrutura de supervisão baseada em UC, analisando as implicações do controlo de sistemas MIMO através de

controladores SISO.

Para diminuir os problemas associados ao UC é desenvolvida e implementada uma estrutura de BT, tanto para estruturas de controlo SISO como MIMO, de forma a reduzir a principal desvantagem inerente à comutação de controladores. Esta estrutura de BT é aplicável a outros tipos de controlo que não UC.

Finalmente, é realizada a implementação das estruturas tanto num sistema simulado como num conjunto de robôs, analisando o impacto da implementação num sistema real.

## 1.3 Estrutura da Dissertação

Esta dissertação está dividida em cinco capítulos, cada um contendo uma parte distinta do trabalho desenvolvido, com encadeamento lógico de raciocínio e trabalho.

No capítulo 1, onde esta secção está contida, é abordada a escolha do trabalho e motivação para a sua realização, tentando inseri-lo no contexto tecnológico e referir as principais contribuições.

No capítulo 2 são revistos os conceitos fundamentais à realização e compreensão do trabalho, abordando alternativas existentes, assim como as suas vantagens e desvantagens. São ainda estudadas as estruturas a implementar e realizado um exemplo de aplicação das mesmas.

No capítulo 3 estão implementadas ambas as estruturas, com recurso à simulação de um comboio, assim como outras estruturas necessárias e aspetos associados à utilização de um sistema real.

No capítulo 4 é feita a implementação de todas as estruturas analisadas num conjunto de robôs, analisando a viabilidade desta técnica de controlo em sistemas reais.

No capítulo 5 são apresentadas as principais conclusões que resultaram da realização do trabalho, assim como sugestões para continuação/melhoramento do mesmo.

# 2

## Controlo Adaptativo Comutado

*Resumo: Neste capítulo é feita uma revisão dos conceitos de supervisão, controlo supervisionado e comutação de controladores. Finalmente são abordados os conceitos de UC e BT, e realizado um exemplo de aplicação dos mesmos.*

O conceito de controlo adaptativo começou a surgir nos anos 50, com a necessidade de controlar sistemas cuja dinâmica varia ao longo do tempo, ou sistemas com não-linearidades. Segundo [32], as ideias por trás de grande parte dos sistemas de controlo utilizados hoje em dia surgiram durante esta altura, apesar da tecnologia existente ter demasiadas limitações para permitir a sua implementação. Neste trabalho seguem-se as ideias apresentadas em [11], em que um sistema de controlo adaptativo clássico é constituído por um controlador. Neste caso, a estrutura do controlador, ou os seus parâmetros, são ajustados de acordo com o ponto de funcionamento do sistema.

Existem diversas técnicas de controlo adaptativo, sendo este um assunto bastante estudado na literatura [18]. Apesar de não serem abordados neste trabalho, referem-se como exemplo os métodos de tabelamento de ganhos e regulador auto-sintonizável, apresentados em [34].

As técnicas de controlo adaptativo supervisionado surgem para situações em que o controlo adaptativo clássico também não consegue cumprir os objetivos de controlo. Estas técnicas são baseadas num bloco supervisor, e utilizam como método de adaptação a comutação entre os controladores de um conjunto pré-determinado. Assim, o supervisor deve ser capaz de analisar o comportamento do sistema e seleccionar o controlador adequado de entre o conjunto.

## 2.1 Controlo Adaptativo Supervisionado

Controlo adaptativo supervisionado permite o desenvolvimento de diversos controladores lineares para diferentes pontos de funcionamento do sistema. Este fato é bastante vantajoso, devido à simplicidade de desenvolvimento destes controladores, e à possibilidade de satisfazer objetivos de controlo distintos em cada ponto de funcionamento.

Neste contexto, entende-se por supervisor um dispositivo lógico, com o objetivo de monitorizar os sinais que podem ser medidos no anel fechado, e avaliar o desempenho dos controladores. Assim, tem a função de decidir, em cada instante de tempo, qual o controlador que deve ser inserido no anel. O diagrama de blocos de um anel fechado com supervisor pode ser visualizado na figura 2.1.

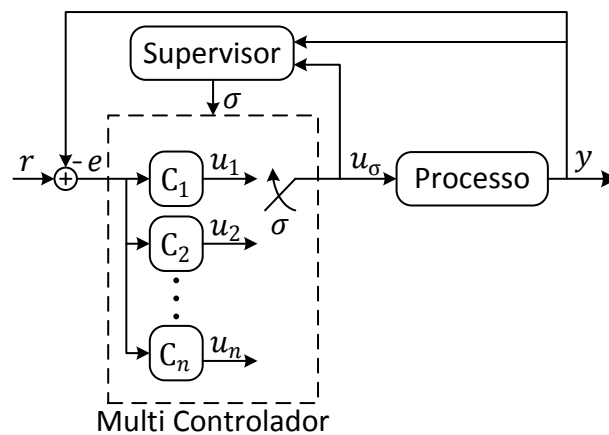


Figura 2.1: Diagrama de blocos de anel fechado com supervisão

As variáveis utilizadas nesta estrutura têm o seguinte significado:

- $\sigma$ : Índice do controlador inserido no anel fechado.
- $C_1 \dots C_n$ : Conjunto de  $n$  controladores para o processo.
- $u_1 \dots u_n$ : Conjunto de ações de controlo de cada um dos controladores, produzidas em anel aberto.
- $r$ : Sinal de referência.
- $e$ : Sinal de erro da saída do processo, em relação à referência.
- $u_\sigma$ : Sinal de entrada do processo, produzido pelo controlador selecionado.
- $y$ : Sinal de saída do processo.
- $w$ : Ruído associado à leitura da saída.

O supervisor tem associadas as tarefas de escalonamento, ou seja, detetar quando é necessária a alteração de controlador, e de comutação, ou seja, de inserir no anel fechado o controlador desejado.

Os primeiros métodos de controlo adaptativo supervisionado consistiam na procura de um controlador, através da comutação entre um conjunto pré-ordenado. No entanto, para cobrir todas as situações, este conjunto tinha de ser bastante denso. Assim, após cada comutação, o supervisor percorria a lista, comutando para cada controlador até que um apresentasse o comportamento pretendido. Daqui pode resultar um tempo de estabelecimento bastante elevado após a comutação inicial, dependendo da posição do controlador adequado na lista. Estes algoritmos também não tinham em atenção os regimes transitórios originários dessas comutações, resultando em transitórios de longa duração, passíveis de instabilizar o anel fechado. Neste contexto, começaram a surgir sistemas de supervisão que avaliam o desempenho dos controladores, e métodos para anular os problemas associados às comutações.

Os métodos de controlo adaptativo supervisionado separam-se em dois tipos, consoante a forma de avaliação dos controladores:

- **Supervisão baseada em estimadores:** compara continuamente o comportamento do processo a um conjunto de modelos, para determinar o que melhor se ajusta ao estado atual do processo.
- **Supervisão baseada em desempenho:** calcula índices de desempenho para cada controlador, para fornecer uma estimativa do seu comportamento, caso estes estivessem inseridos no anel fechado.

De acordo com [11], independentemente da categoria do sistema de supervisão, o controlo adaptativo supervisionado oferece diversas vantagens em relação a outras formas de controlo adaptativo, sendo algumas apresentadas de seguida.

- **Rápida adaptação:** neste sistema, o sinal que decide qual o controlador inserido no anel fechado não varia de forma contínua. Isto permite que a adaptação a mudanças abruptas no sistema, ou nos objetivos de controlo, seja bastante mais rápida. Esta propriedade permite a aplicação deste tipo de controladores a sistemas sujeitos a rápidas variações na sua dinâmica.
- **Flexibilidade e Modularidade:** a arquitetura do sistema de supervisão é modular, ou seja, existe uma separação entre os controladores e o supervisor. Assim, a estrutura de supervisão pode ser integrada num anel de controlo já existente, sem necessidade de alterar os controladores. Isto contraria outras formas de controlo adaptativo, onde os controladores têm de ser especificados de acordo com a estrutura de supervisão, ou vice-versa. Esta propriedade é particularmente interessante em sistemas que necessitam de técnicas mais complexas de controlo, como LQR [17],  $H_\infty$  [2] e controlo ótimo [9], permitindo conciliá-las com a estrutura de supervisão.
- **Desacoplamento entre controlo e supervisão:** entre os instantes de comutação, a dinâmica do supervisor não afeta a evolução do anel fechado. Isto aumenta a robustez do sistema pois as não-linearidades do supervisor não afetam a dinâmica do sistema. Esta propriedade é bastante interessante, pois noutras formas de controlo adaptativo,

baseadas em sintonização dos parâmetros do controlador, a equação de sintonização torna o anel fechado num sistema não-linear. No entanto, o efeito de comutação é mais violento que de sintonização e, caso as comutações sejam demasiado frequentes, pode levar à instabilidade.

Para ambas as categorias, existem diversos métodos estudados na literatura, como os apresentados em [16][22][15], pelo que ambas serão abordadas de uma forma geral.

### 2.1.1 Supervisão Baseada em Estimadores

Como primeira alternativa ao algoritmo de procura ordenada surgiram os métodos de controlo adaptativo supervisionado baseados em estimadores. O seu comportamento consiste em desenvolver diversos modelos para o processo, e controladores ajustados a cada modelo, e decidir qual dos controladores deve ser inserido no anel [11].

A estrutura de supervisão é assim constituída por um bloco multi-estimador e um bloco de lógica de decisão, de acordo com a figura 2.2.

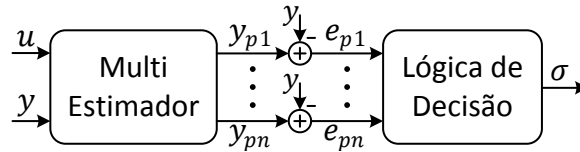


Figura 2.2: Estrutura de supervisão baseada em estimadores

As variáveis utilizadas nesta estrutura têm o seguinte significado:

- $\sigma$ : Índice do controlador inserido no anel fechado.
- $u$ : Sinal de entrada do processo.
- $y$ : Sinal de saída do processo.
- $y_{p1} \dots y_{pn}$ : Conjunto de sinais de saída dos diversos modelos.
- $e_{p1} \dots e_{pn}$ : Conjunto de sinais de erro das saídas dos modelos, em relação à saída do processo (erros de estimação).

O bloco multi-estimador contém todos os modelos do processo e respetivos controladores associados. Este recolhe os dados de funcionamento do processo ( $u, y$ ) e os sinais de saída dos modelos ( $y_{p1} \dots y_{pn}$ ) e produz como sinais de saída os erros de estimação ( $e_{p1} \dots e_{pn}$ ), ou seja, os erros dos modelos em relação ao processo.

O bloco de lógica de decisão utiliza os erros de estimação para decidir qual dos controladores deve ser inserido no anel fechado. Existem diversas formas de decisão possíveis, como por exemplo a analisada em [11]. Aqui assume-se que, se um modelo apresenta o menor erro de estimação, então é o que mais se aproxima do processo nesse instante de tempo, pelo que é usado o controlador associado a esse modelo.

Em sistemas com diversos pontos de funcionamento, é necessário um conjunto de modelos e controladores suficientemente abrangente, de forma a garantir que existe sempre um modelo adequado. Quando a alteração de dinâmica é significativa, é encontrado o modelo que melhor representa o novo comportamento do processo, e é introduzido no anel fechado o controlador associado a esse modelo.

### 2.1.2 Supervisão Baseada em Desempenho

Uma opção para contornar a utilização de modelos do processo no supervisor, consiste em utilizar métodos de supervisão baseados no desempenho dos controladores. Como visto em [5], o bloco supervisor tenta estimar o desempenho de cada controlador, como se este estivesse inserido no anel fechado, ou seja, caso este tivesse gerado a ação de controlo que provocou a saída lida do processo. Todo o processo é realizado recorrendo apenas aos sinais recolhidos do funcionamento do processo e aos controladores, sem utilizar um modelo do processo.

A estrutura de supervisão é assim constituída por um bloco que monitoriza o desempenho e um bloco de lógica de decisão, de acordo com a figura 2.3.

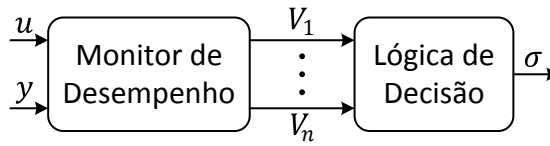


Figura 2.3: Estrutura de supervisão baseada em desempenho

As variáveis utilizadas nesta estrutura têm o seguinte significado:

- $\sigma$ : Índice do controlador inserido no anel fechado.
- $u$ : Sinal de entrada do processo.
- $y$ : Sinal de saída do processo.
- $V_1 \dots V_n$ : Conjunto de índices de desempenho dos diversos controladores.

O bloco monitor de desempenho contém todos os elementos necessários à avaliação do desempenho dos controladores. Este recolhe os dados de funcionamento do processo ( $u, y$ ) e produz um índice de desempenho para cada controlador ( $V_1 \dots V_n$ ). Estes índices são gerados de acordo com uma função de desempenho, que tem em conta o comportamento pretendido para o sistema em anel fechado.

O desempenho de um controlador fornece uma estimativa de quão bem o anel fechado cumpre um conjunto de objetivos de controlo, caso o controlador estivesse em utilização. Assim, definindo uma dinâmica pretendida em anel fechado, o controlador terá tanto melhor desempenho, quanto mais o comportamento do anel fechado com esse controlador se aproxime dessa dinâmica.

Segundo as ideias apresentadas em [5], o bloco de lógica de decisão compara os sinais de desempenho de cada controlador. A partir destes, decide qual o controlador associado ao melhor desempenho, ou seja, escolhe o que apresenta menor índice de desempenho, e insere-o no anel fechado.

O regime transitório originado pela comutação entre os controladores pode causar uma variação nos sinais de desempenho e, conseqüentemente, provocar nova comutação. Este efeito pode repetir-se e gerar uma sequência de comutações, que pode levar à instabilidade do anel fechado. Torna-se necessária a implementação de um mecanismo de permanência, para evitar esta sequência de comutações, sendo apresentadas as opções presentes em [5].

- *Dwell-time*: é imposto um intervalo de tempo mínimo após uma comutação, durante o qual não é possível existir outra comutação.
- *Threshold*: é estabelecido um *threshold* fixo, de forma a só ser possível efetuar uma comutação quando o desempenho do controlador em utilização sobe acima desse *threshold*.
- *Offset*: é estabelecido um *offset* fixo  $\gamma$ , de forma a só se verificar uma comutação quando um controlador tem um desempenho significativamente melhor que o do controlador em utilização.

Verifica-se uma separação entre o sistema de supervisão e os controladores, não havendo restrições quanto à utilização dos dois em conjunto, ou seja, os controladores podem ser definidos sem ter em conta o sistema de supervisão, e vice-versa. Isto contraria outros métodos de controlo adaptativo, onde a especificação dos controladores tem de se adequar à estrutura de supervisão.

A escolha do controlador consiste num processo bastante rápido, pois geralmente só é necessário efetuar uma comutação. Comparando com os métodos que realizam uma comutação por uma lista pré-ordenada [20], os métodos de controlo adaptativo baseados em desempenho apresentam um comportamento bastante mais desejável. Os regimes transitórios verificados após as comutações são bastante mais rápidos e suaves, devido ao número de comutações necessárias.

Os sistemas de supervisão baseados em dados do processo gozam da propriedade de *cost-detectability*, ou seja, o valor da função de desempenho cresce indefinidamente se, e só se, o controlador instabilizar o anel fechado. No entanto, com a utilização de fator de esquecimento, o índice do desempenho do controlador não cresce indefinidamente, sendo necessário algum cuidado na escolha do controlador. Segundo [29], a estabilidade do anel fechado é garantida, desde que exista pelo menos um controlador capaz de o estabilizar em todos os instantes. Caso a estabilidade não esteja garantida, é possível detetar situações de instabilidade através desta propriedade.

A escolha da função de desempenho requer algum cuidado, pois algumas das existentes utilizam um sinal de referência fictícia [29][8][23]. Como provado em [1], este sinal pode não existir para alguns sistemas, limitando a aplicabilidade destas funções.



## 2.2 Conceito de Controlo *Unfalsified*

O conceito de *Unfalsified Control* (UC) surge na categoria de supervisão baseada em desempenho, e consiste na utilização de diversos controladores definidos para diferentes pontos de funcionamento de um processo. Este conceito foi introduzido por M. Safonov em [28], e as suas propriedades e estabilidade de anel fechado analisadas em [27][31][35][30]. Neste caso, são usadas as ações de controlo e saídas do processo para detetar inconsistências na utilização de cada controlador. O diagrama de blocos de um anel fechado com a aplicação de UC segue a estrutura da figura 2.3, e está mais extensamente apresentado na figura 2.4.

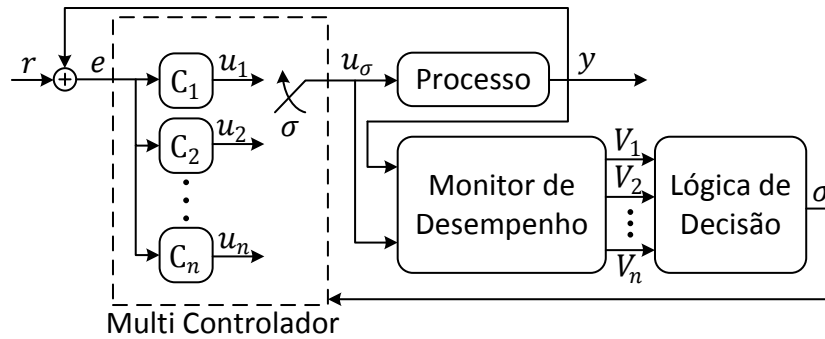


Figura 2.4: Diagrama de blocos de um anel fechado com UC

As variáveis utilizadas nesta estrutura têm o seguinte significado:

- $\sigma$ : Índice do controlador inserido no anel fechado.
- $C_1 \dots C_n$ : Conjunto de  $n$  controladores para o processo.
- $u_1 \dots u_n$ : Conjunto de ações de controlo de cada um dos controladores, produzidas em anel aberto.
- $r$ : Sinal de referência.
- $e$ : Sinal de erro da saída do processo, em relação à referência.
- $u_\sigma$ : Sinal de entrada do processo, produzido pelo controlador selecionado.
- $y$ : Sinal de saída do processo.
- $V_1 \dots V_n$ : Conjunto de índices de desempenho dos diversos controladores.

O monitor de desempenho é constituído pelos conjuntos de modelos inversos dos controladores e de modelos que representam a dinâmica desejada para o anel fechado, tendo a estrutura apresentada na figura 2.5.

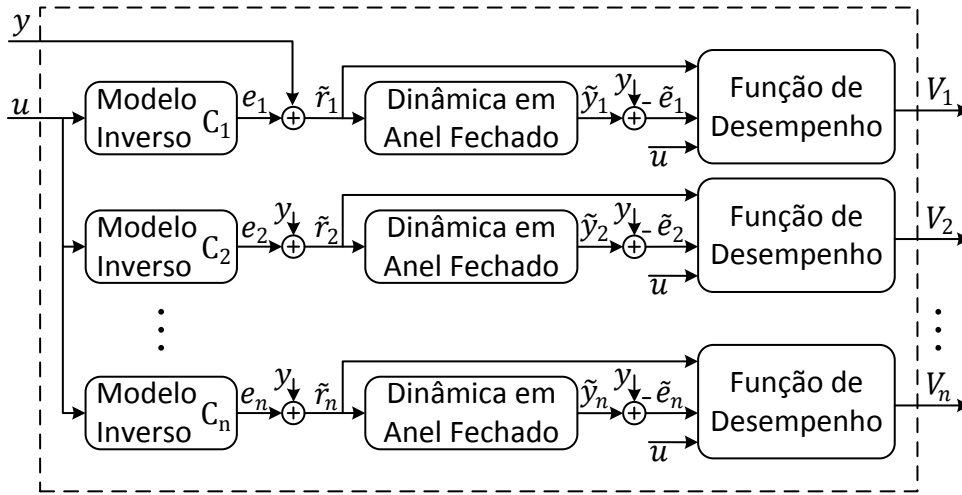


Figura 2.5: Diagrama de blocos do monitor de desempenho de um sistema com UC

As variáveis utilizadas neste diagrama têm o seguinte significado:

- $u$ : Sinal de entrada do processo.
- $y$ : Sinal de saída do processo.
- $C_1 \dots C_n$ : Conjunto de  $n$  controladores para o processo.
- $e_1 \dots e_n$ : Conjunto de sinais de erro, produzidos por cada modelo inverso.
- $u_1 \dots u_n$ : Conjunto de ações de controlo, produzidas por cada controlador em anel aberto.
- $\tilde{r}_1 \dots \tilde{r}_n$ : Conjunto de sinais de referência fictícia associados a cada controlador.
- $\tilde{e}_1 \dots \tilde{e}_n$ : Conjunto de sinais de erro fictício associados a cada controlador.
- $\tilde{y}_1 \dots \tilde{y}_n$ : Conjunto de sinais de saída fictícia associados a cada controlador.
- $V_1 \dots V_n$ : Conjunto de índices de desempenho dos diversos controladores.

O objetivo da estrutura de supervisão consiste em identificar, de entre um conjunto pré-determinado, quais os controladores que cumprem um determinado conjunto de especificações para o anel fechado. Assim, o bloco de lógica de decisão compara os sinais de desempenho de cada controlador, e decide qual o que deve ser inserido no anel fechado, efetuando a comutação, caso seja possível. Neste caso, a lógica de decisão consiste em selecionar o controlador que apresenta o menor índice de desempenho.

A identificação do conjunto de controladores adequados é realizada através da recolha das ações de controlo e dos sinais de saída do processo, sendo comparados com os sinais produzidos por cada controlador. Os sinais dos controladores correspondem aos que seriam produzidos pelo anel fechado, caso o controlador estivesse em utilização. Se os dados forem suficientes para deduzir que a especificação de anel fechado não seria cumprida com o controlador, este é dito *falsified*, ou, pelo contrário, o controlador é dito *unfalsified*. A este processo dá-se o nome de falsificação do controlador.

Os dados experimentais podem ser recolhidos em anel aberto, com qualquer um dos controladores, desde que o anel fechado seja estável, ou até *a priori*, e usados para todos os controladores. No entanto, em processos com dinâmica variável no tempo, é necessário que os dados se mantenham relevantes ao longo do tempo. Assim, quando deixam de corresponder ao comportamento atual do sistema, têm de ser descartados do processo de avaliação do sistema, mantendo a capacidade de adaptação do algoritmo. Não é necessário ter cada controlador no anel fechado para recolha de dados, pelo que, quando é realizada uma comutação, é introduzido no anel fechado o controlador que mais se adequa às especificações de anel fechado pretendidas, reduzindo a duração dos regimes transitórios.

Os dados dos controladores utilizados para comparação dependem do sinal de referência fictícia produzido por cada controlador. Este corresponde a um sinal de referência hipotético, para o qual o controlador em causa geraria os sinais de ação de controlo e saída do processo recolhidos, caso estivesse inserido no anel fechado. Para determinar o sinal, é necessário que os controladores sejam *causally-left-invertible*, ou seja, que o sinal de erro do controlador possa ser determinado univocamente, recorrendo a valores passados da ação de controlo e saída do processo.

De acordo com os diagramas de blocos 2.1 e 2.4, apenas um dos controladores está inserido no anel fechado em cada instante (controlador ativo), estando os outros em funcionamento em anel aberto. Assim, com a utilização deste conceito, a estabilidade do anel fechado é garantida desde que, em cada instante, exista um controlador no conjunto que consiga estabilizar o anel fechado [29].

Concluindo, para aplicar UC num sistema, apenas é necessário um conjunto de dados experimentais relevantes, uma dinâmica desejada para o anel fechado, e um conjunto de controladores *causally-left-invertible*. No caso de sistemas MIMO, é necessária uma dinâmica pretendida para cada anel fechado individual, sendo o desempenho de cada controlador determinado com a dinâmica correspondente.

### 2.2.1 Função de Desempenho

A falsificação dos controladores é realizada através da função de desempenho desenvolvida por M. Safonov em [28], que está apresentada na equação (2.1). Esta utiliza o sinal de referência fictícia e de erro fictício dos controladores, ou seja, assume que são *causally-left-invertible*. Existem diversas funções de desempenho estudadas na literatura [29][31][25][14], que se adequam a diferentes situações.

$$V(\tilde{r}, u, \tilde{e}, k) = \begin{cases} \frac{\|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k}{\|\tilde{r}(\tau)\|_k} & \text{se } \|\tilde{r}(\tau)\|_k \neq 0 \\ \infty & \text{se } \|\tilde{r}(\tau)\|_k = 0 \text{ e } \|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k \neq 0 \\ 0 & \text{se } \|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

O processo de falsificação e escolha dos controladores é assim independente do projeto dos mesmos, não sendo necessário nenhum modelo do processo. Assim, depende apenas dos sinais produzidos pelos controladores e pelo processo.

A norma da ação de controlo aplicada ao sistema é o único sinal não fictício, ou seja, é comum a todos os controladores. Revela-se necessária a introdução do parâmetro  $0 < \lambda < 1$ , de forma a reduzir a influência desta norma sobre os sinais de desempenho, dando mais importância aos sinais fictícios respetivos a cada controlador. Assim, quanto mais pequeno for este valor, mais o índice de desempenho se torna único a cada controlador. No entanto, isto também reduz a comparação do comportamento dos controladores com o comportamento atual do sistema.

A limitação desta função de desempenho está analisada em [8][6], e consiste em não avaliar corretamente os controladores que destabilizam o anel fechado, caso estes não sejam inseridos no anel.

A expressão  $\|x(\tau)\|_k$  representa a norma de um qualquer sinal  $x$  em tempo discreto, e é dada pela equação (2.2).

$$\|x(\tau)\|_k = \sqrt{\sum_{\tau=0}^k \rho^\tau x^T(\tau)x(\tau)} \quad (2.2)$$

Em sistemas cujo comportamento dinâmico varia ao longo do tempo, é necessário introduzir um fator de esquecimento no cálculo da norma, de forma a manter a capacidade de adaptação do algoritmo. Assim, os dados recolhidos do funcionamento do processo que já não representam a sua dinâmica atual são descartados. No entanto, em regime permanente, caso existam controladores com ganho estático semelhante, o seu índice de desempenho irá convergir para um valor semelhante, gerando um problema de identificação de qual o controlador a inserir no anel fechado.

Existem diversos métodos estudados na literatura para introduzir esquecimento no sistema, como o fator de esquecimento direcional estudado em [38]. Neste trabalho é introduzido um fator de esquecimento exponencial fixo  $0 < \rho < 1$  no cálculo da norma. A relação entre o fator, o atraso de cada amostra e o peso respetivo no valor da norma está apresentado na figura 2.6, para alguns valores de  $\rho$ .

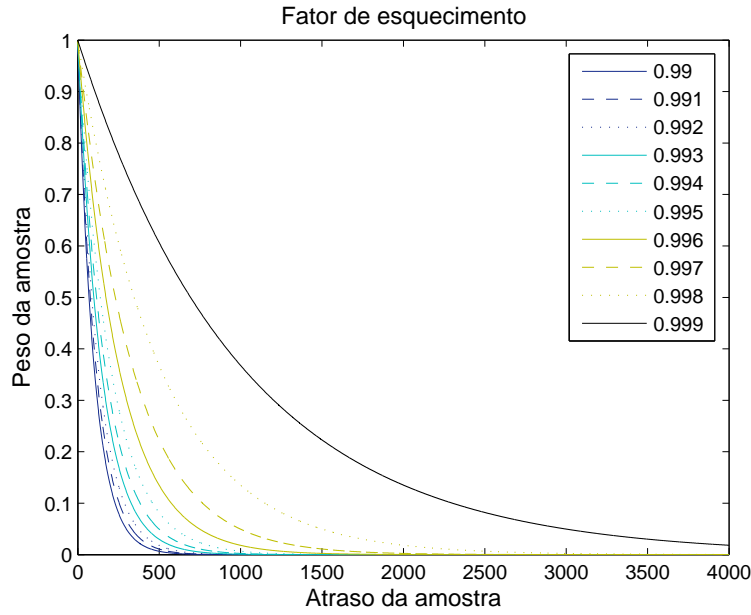


Figura 2.6: Relação entre fator de esquecimento e peso das amostras

O fator de esquecimento deve ser ajustado de acordo com a capacidade de adaptação que se pretende imprimir ao sistema. Mais precisamente, quanto mais elevado for o seu valor, mais amostras são consideradas no cálculo dos índices de desempenho, pelo que mais tempo o sistema de supervisão demora a reagir a alterações na dinâmica. No entanto, se o valor for demasiado baixo, a dinâmica atual do sistema pode não ser capturada corretamente, levando a uma escolha errada do controlador.

O regime transitório associado às comutações provoca variações na ação de controlo e, consequentemente, regimes transitórios nos índices de desempenho de todos os controladores. Estes transitórios podem originar sucessivas comutações indesejadas e, consequentemente, variações bruscas na ação de controlo e saída do processo, podendo até levar à instabilidade do anel fechado. Assim, neste trabalho é utilizado o mecanismo de permanência de *offset*, ou seja, só existe uma comutação do controlador ativo  $C_i$  para um dos outros controladores  $C_j$  quando a condição (2.3) é verificada.

$$V_{C_j} < V_{C_i} - \gamma \quad (2.3)$$

O algoritmo de UC para um anel fechado em tempo discreto pode ser assim resumido da seguinte forma, para cada instante de tempo:

1. Recolher os sinais  $u(k)$  e  $y(k)$  correspondentes à ação de controlo e saída do processo, respetivamente.
2. Calcular o sinal de referência fictícia  $\tilde{r}_j(k)$  para cada controlador
3. Determinar o sinal de saída fictícia respetivo  $\tilde{y}_j(k)$ , aplicando  $\tilde{r}_j(k)$  ao modelo que representa a dinâmica pretendida em anel fechado.
4. Calcular o sinal de erro fictício respetivo, a partir da equação  $\tilde{e}_j(k) = \tilde{y}_j(k) - y(k)$ .

5. Usar os valores respetivos de  $\tilde{r}_j(k)$ ,  $\tilde{e}_j(k)$  e  $u(k)$  para determinar o índice de desempenho  $V_j(\tilde{r}, u, \tilde{e}, k)$  de cada controlador.
6. Determinar o índice do controlador com o valor mínimo de desempenho.
7. Realizar uma comutação caso o desempenho do controlador seja significativamente melhor que o do controlador ativo, de acordo com a condição (2.3).

O maior problema associado ao UC consiste na utilização de comutação de controladores. Mais precisamente, se no instante de comutação as saídas do controlador ativo e do controlador que irá ser inserido no anel fechado forem diferentes, verifica-se descontinuidade na ação de controlo, e um regime transitório abrupto na saída do processo. Uma transição deste tipo pode causar comportamentos indesejáveis do anel fechado, saturação dos atuadores, ou até instabilidade [39][36][19]. Esta descontinuidade tem de ser anulada, de forma a permitir o bom funcionamento do processo. O método utilizado neste trabalho assume que todos os controladores utilizados podem ser descritos em modelo de estado.

## 2.3 Modelo de Estado

Admite-se a definição de modelo de estado como a descrição de um sistema dinâmico de ordem  $n$ , em  $n$  equações do primeiro grau. O sistema tem associado um vetor de estado, que consiste em  $n$  variáveis de estado, agrupadas em forma de matriz coluna, como apresentado na equação (2.4). Considera-se que o vetor de estado é o conjunto mínimo de variáveis, tal que o seu conhecimento é suficiente para determinar a evolução do sistema, de um instante  $k_0$  até um qualquer instante futuro  $k_1 > k_0$ .

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) & x_2(k) & \dots & x_n(k) \end{bmatrix}^T \quad (2.4)$$

Um sistema MIMO em tempo discreto, invariante no tempo, pode ser assim descrito em modelo de estado através do conjunto de equações (2.5).

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + B\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + D\mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (2.5)$$

A representação por diagrama de blocos do modelo de estado de um sistema está apresentado na figura 2.7. Os elementos presentes nas equações e no diagrama assumem as seguintes designações e dimensões:

- $\mathbf{u}$ : Conjunto de sinais de entrada, agrupados na forma de vetor coluna ( $1 \times n_e$ , número de entradas).
- $\mathbf{y}$ : Conjunto de sinais de saída, agrupados na forma de vetor coluna ( $1 \times n_s$ , número de saídas).

- $x$ : Vetor de estado, na forma de vetor coluna ( $n \times 1$ ).
- $A$ : Matriz da dinâmica ( $n \times n$ ), representa como o vetor de estado evolui em cada instante.
- $B$ : Matriz de entrada ( $n \times n_e$ ), representa o peso de cada variável de entrada no vetor de estado.
- $C$ : Matriz de saída ( $n_s \times n$ ), representa o peso de cada variável de estado na saída do sistema.
- $D$ : Matriz de transmissão direta ( $n_s \times n_e$ ), corresponde à componente de *feedthrough* do sistema, ou seja, representa a ação direta da entrada na saída.

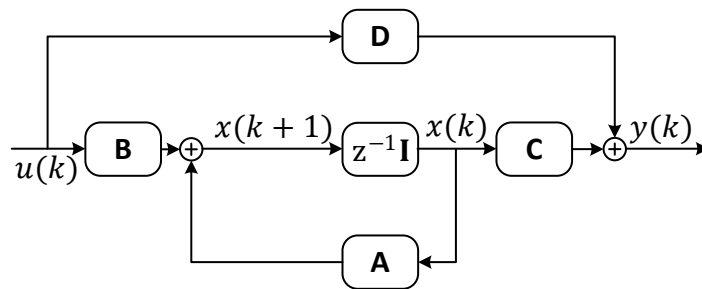


Figura 2.7: Diagrama de blocos de modelo de estado

Um sistema admite inúmeros vetores de estado diferentes, dependendo das variáveis consideradas como variáveis de estado. Assim, existem inúmeras representações diferentes em modelo de estado para cada sistema, dependendo do vetor de estado escolhido.

## 2.4 Comutação de Controladores

Neste trabalho, considera-se uma comutação de controladores sem descontinuidades na ação de controlo, nos instantes posteriores à comutação, como uma *Bumpless Transfer* (BT). Ao longo dos anos têm sido desenvolvidas diversas técnicas para atingir este efeito, de forma a reduzir as adversidades da comutação de controladores como método de adaptação. Inicialmente, estas técnicas começaram pela comutação entre controladores automáticos e manuais [39]. Estas evoluíram posteriormente para técnicas de comutação entre controladores com a mesma estrutura [3].

Mais recentemente, foram desenvolvidas técnicas para a comutação de controladores com diferentes estruturas, sendo estas as mais vantajosas para o UC, pois este permite a utilização de quaisquer controladores. Assim, é possível que pontos de funcionamento distintos possam resultar em comportamentos distintos em anel fechado. Outra vantagem deste método consiste na possibilidade da sua utilização no controlo de sistemas MIMO, como analisado em [36].

Neste trabalho, considera-se o método de BT baseado em decomposição *slow-fast* apresentado em [19]. Esta decomposição está apresentada na figura 2.8, em que os sinais  $e$  e  $u$  representam, respetivamente, o sinal de erro imposto ao controlador e ação de controlo produzida.

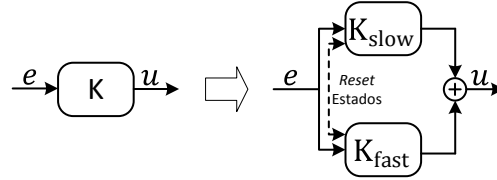


Figura 2.8: Decomposição *slow-fast* de um controlador

Esta decomposição é inspirada nos controladores PID, que apresentam pólos de frequências bastante distintas, sendo possível efetuar a separação em modo lento (integração) e rápido (derivação). Neste trabalho, consideram-se como pólos rápidos todos os que apresentam frequência 10 vezes superior à do pólo dominante. No caso da existência de pólos integradores, é utilizada a frequência do pólo mais lento imediatamente a seguir, desde que esta não seja superior a 10 rad/s.

Uma extensão deste método a sistemas MIMO pode ser observada em [4]. Um método semelhante está apresentado em [36], em que as matrizes dos controladores são transformadas de forma a garantir a continuidade da saída dos controladores.

Este método apresenta a vantagem de não ser necessário o conhecimento do sistema para o seu funcionamento. Sendo que a sua implementação depende apenas da decomposição dos controladores, este pode ser implementado com UC.

Neste trabalho, admite-se a representação matemática em modelo de estado apresentada em [19]. Assim, um qualquer sistema discreto  $K(z)$ , e respetiva decomposição *slow-fast*, são descritos na equação (2.6).

$$K(z) = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} A_S & B_S \\ \hline C_S & D_S \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} A_F & B_F \\ \hline C_F & D_F \end{array} \right]_F \quad (2.6)$$

Nesta representação,  $(A_S, B_S, C_S$  e  $D_S)$  correspondem às matrizes da parte lenta do sistema e  $(A_F, B_F, C_F$  e  $D_F)$  às matrizes da parte rápida.

Tendo um conjunto inicial de controladores  $K_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), representados em modelo de estado e ajustados para diferentes pontos de funcionamento, estes são divididos nos seus modos lento e rápido. Daqui resulta um conjunto de pares de controladores  $\{K_{i\text{slow}}, K_{i\text{fast}}\}$ , de tal modo que  $K_i = K_{i\text{slow}} + K_{i\text{fast}}$ . A componente de *feedthrough* dos controladores, ou seja, a sua matriz  $D$ , não está associada a um pólo. Caso esta exista, pode ser integrada em qualquer um dos modos, mas apenas um, ficando a escolha a cargo do projetista. Assim, apenas um dos modos terá componente de *feedthrough*, igual à do controlador inicial, pelo que o seu efeito na ação de controlo será idêntico. Neste trabalho, esta componente é sempre integrada no modo rápido do controlador.



Para controladores definidos no modelo de estado apresentado, uma BT é assegurada em cada comutação com um *reset* apropriado ao vetor de estado de ambos os modos. Sem este *reset*, é apenas realizada uma troca de todas as matrizes dos controladores, gerando descontinuidades na ação de controlo. Com o *reset*, o novo controlador produz a mesma ação de controlo que a anterior à comutação, gerando um regime transitório mais suave até atingir a ação de controlo pretendida. O "reset" do vetor de estado dos controladores rápido e lento são feitos da seguinte forma:

- O *reset* ao modo lento é efetuado com um valor calculado de forma a assegurar a continuidade da ação de controlo fornecida ao sistema.
- O *reset* ao modo rápido é efetuado com a atribuição do valor zero a todas as variáveis de estado.

O novo estado do modo lento pode ser derivado a partir do conjunto de equações (2.5). Admitindo um controlador SISO, e utilizando a ação de controlo ( $u$ ) e erro ( $e$ ) como sinal de entrada e saída do controlador, o novo estado toma a forma definida na equação (2.7).

$$u(k) = Cx(k) + De(k) \Leftrightarrow x(k) = C^{-1}[u(k) - De(k)] \quad (2.7)$$

Sendo que a ação de controlo do sistema depende do vetor de estado, a inversão da equação implica a utilização da ação de controlo do instante anterior, pois não é possível recolher a do instante de comutação. Numa comutação do controlador  $K_i$  para o controlador  $K_j$  no instante  $k_1$ , o *reset* dos estados dos dois modos traduz-se matematicamente no conjunto de equações (2.8).

$$\begin{cases} x_{fast}(k_1) = 0 \\ x_{slow}(k_1) = C_{jslow}^{-1} [u(k_1 - 1) - (D_{slow} + D_{fast})e(k_1)] \end{cases} \quad (2.8)$$

Apesar de só um dos modos do controlador ter componente de *feedthrough*, são usadas as matrizes  $D$  de ambos os modos, de forma a generalizar as equações e que o cálculo do novo estado seja independente da escolha.

Surge imediatamente o problema de inversão da matriz  $C$ , ou seja, caso esta não seja invertível, não é possível calcular o novo estado. Neste caso, uma das soluções possíveis, e a utilizada neste trabalho, consiste na inversão da matriz através do algoritmo de pseudo-inversão Moore-Penrose, apresentado em [21] e alterado em [26]. Aqui define-se que o conjunto de equações (2.9) tem uma solução única, e que esta representa a matriz inversa geral  $A^+$ , de uma matriz  $A$ . Por simplificação, admite-se a mesma representação,  $A^{-1}$ , para matriz inversa  $A^{-1}$  e matriz inversa geral  $A^+$ .

$$\begin{cases} AA^+A = A \\ A^+AA^+ = A^+ \\ (AA^+)'^* = AA^+ \\ (A^+A)'^* = A^+A \end{cases} \quad (2.9)$$

Concluindo, para obter uma comutação de controladores sem descontinuidades na ação de controlo, não é necessário o conhecimento da instalação, nem a adição de estruturas ao anel fechado. São utilizados apenas os próprios controladores, sendo que a sua estrutura é ignorada, tendo como único requisito que estes possam ser descritos em modelo de estado.

## 2.5 Exemplo de Aplicação

Para analisar o funcionamento das estruturas descritas acima, apresenta-se um exemplo de aplicação. Considere-se modelo de um sistema em tempo contínuo com três pólos ( $p_{f1}$ ,  $p_{f2}$  e  $p_{f3}$ ) e ganho estático unitário, descrito pela função de transferência (2.10).

$$F(s) = \frac{|p_{f1}p_{f2}p_{f3}|}{(s - p_{f1})(s - p_{f2})(s - p_{f3})} = \frac{227,2}{s^3 + 19,6s^2 + 84,15s + 227,2} \quad (2.10)$$

Neste caso, a localização dos pólos do sistema é a seguinte:

- $p_{f1} = p_{f2}^* = -2.3 + 3.14j$
- $p_{f3} = -15$

Apesar da realização do sistema e dos controladores ser efetuada em tempo contínuo, a simulação e análise são efetuadas em tempo discreto. Neste exemplo, tanto o sistema como os controladores são discretizados recorrendo ao método de *Zero-Order-Hold* (ZOH), com tempo de amostragem  $t_a = 10$  ms. Visto o sistema não ter qualquer atraso, o tempo de amostragem não influencia os resultados da simulação, sendo escolhido de forma a garantir que as especificações pretendidas fossem atingíveis através de controladores de 2ª ordem.

Assume-se que, tanto o sistema como os controladores, podem ser definidos em modelo de estado, para ser possível aplicar a decomposição *slow-fast*. Sendo que o sistema apresenta um par de pólos complexos, todos os controladores desenvolvidos efetuam o cancelamento destes. Assim, os controladores assumem a estrutura em tempo contínuo definida na equação (2.11), tendo os valores de  $p_{f1}$  e  $p_{f2}$  como zeros,  $p_{c1}$  e  $p_{c2}$  como pólos, e  $K_c$  como ganho estático.

$$C(s) = K_c \left| \frac{p_{c1}p_{c2}}{p_{f1}p_{f2}} \right| \frac{(s - p_{f1})(s - p_{f2})}{(s - p_{c1})(s - p_{c2})} \quad (2.11)$$

Para aplicação de UC é também necessário definir qual a dinâmica pretendida para o sistema em anel fechado. Neste caso, são definidos dois comportamentos significativamente distintos, na forma de função de transferência de 2ª ordem, com a estrutura apresentada na equação (2.12).

$$H(s) = \frac{K_h \omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.12)$$

As dinâmicas são obtidas através da especificação de tempo de estabelecimento a 1% ( $t_s$ ), margem de fase ( $MF$ ) e percentagem de erro estático pretendidos para o anel fechado. Na tabela 2.1 são apresentadas as especificações usadas, assim como os valores de frequência natural ( $\omega_n$ ), largura de banda ( $\omega_{LB}$ ), fator de amortecimento ( $D$ ) e ganho estático ( $K$ ) associado a cada um. Os valores de  $t_s$ ,  $\omega_{LB}$  e  $MF$  são obtidos através do conjunto de equações (2.13), retirado de [24].

$$\begin{cases} MF = \arctg \left( \frac{2D}{\sqrt{\sqrt{1 + 4D^4} - 2D^2}} \right) \\ t_s(1\%) = \frac{-\ln(0,01)}{D\omega_n} \\ \omega_{LB} = \omega_n \sqrt{(1 - 2D^2) + \sqrt{4D^4 - 4D^2 + 2}} \end{cases} \quad (2.13)$$

Tabela 2.1: Especificações de anel fechado para o exemplo

Dinâmica	Especificações			Resultados			
	$t_s$ (s)	$MF$ (°)	Erro (%)	$K$	$D$	$\omega_n$ (rad/s)	$\omega_{LB}$ (rad/s)
$H_1$	10	60	1	100	0.612	0.752	0.851
$H_2$	5	60	10	10	0.612	1.504	1.702

A partir desta tabela, foram obtidas as funções de transferência (2.14), de forma a serem utilizadas como modelo de anel fechado no cálculo dos desempenhos dos controladores. Para além disto, foram obtidas as respostas ao degrau unitário de ambos os modelos, estando os resultados presentes na figura 2.9.

$$H_1(s) = \frac{0,5598}{s^2 + 0,9204s + 0,5655} \quad H_2(s) = \frac{2,036}{s^2 + 1,841s + 2,262} \quad (2.14)$$

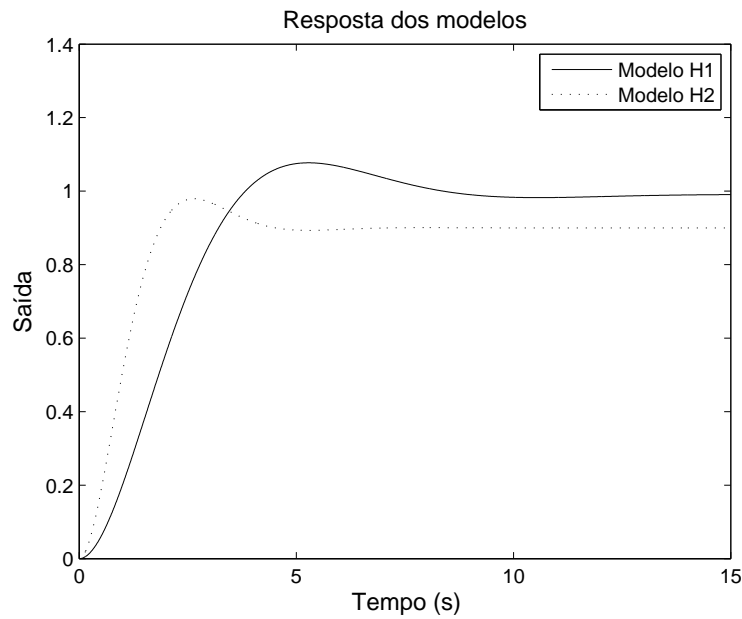


Figura 2.9: Resposta ao degrau unitário dos modelos especificados para o exemplo

Pretende-se desenvolver três controladores para este sistema, de forma a atingir os seguintes comportamentos do sistema em anel fechado:

- $C_1$ : Estabilizar o anel fechado, cumprindo as especificações do modelo  $H_1$ .
- $C_2$ : Estabilizar o anel fechado, cumprindo as especificações do modelo  $H_2$ .
- $C_3$ : Instabilizar o anel fechado.

Os controladores foram desenvolvidos através de resposta em frequência, tendo como ponto de partida a resposta em frequência do sistema apresentada na figura 2.10.

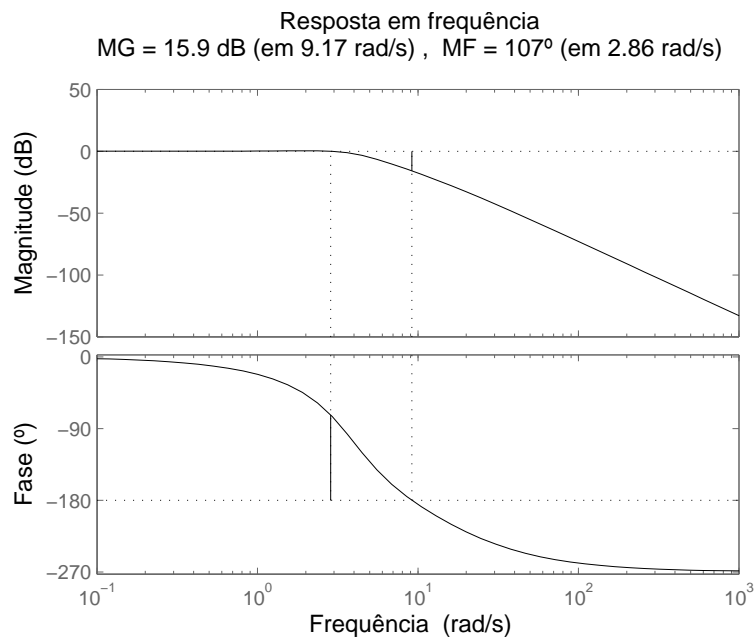


Figura 2.10: Resposta em frequência do sistema para o exemplo

Os pólos dos controladores foram determinados por experimentação, de forma a atingir as especificações da tabela 2.1, ou instabilizar o anel fechado. Sempre que possível, foi mantida uma separação significativa na frequência dos dois pólos, de forma a obter um pólo lento e um pólo rápido. Assim, apresentam-se na figura 2.11 as respostas em frequência do ganho de malha com cada controlador individualmente e, na tabela 2.2, os valores de  $MF$ ,  $\omega_{LB}$ , pólos e ganho estático de cada um. Neste trabalho entende-se como ganho de malha a série do controlador com o sistema em causa.

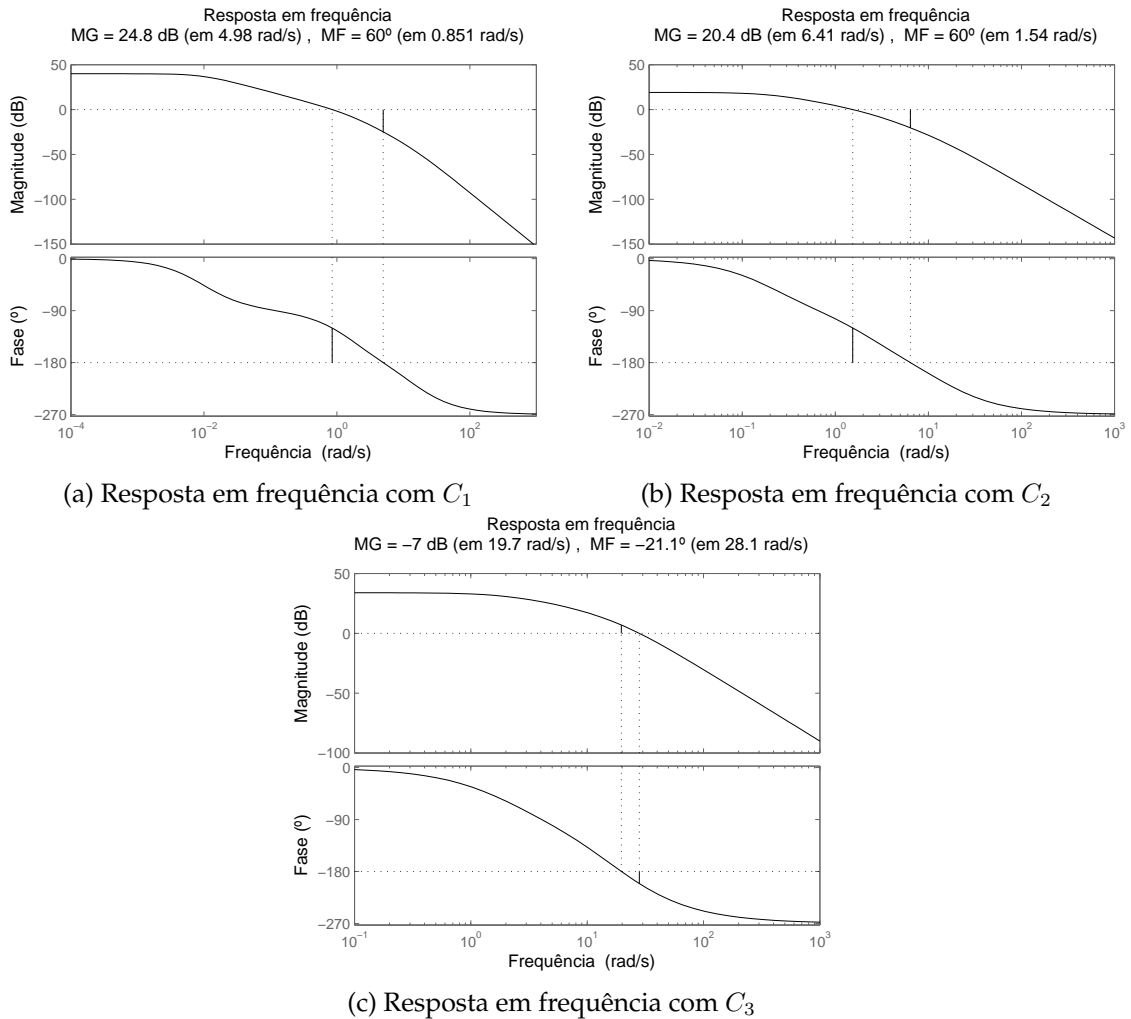


Figura 2.11: Resposta em frequência dos ganhos de malha para o exemplo

Tabela 2.2: Dados de resposta em frequência dos ganhos de malha para o exemplo

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$t_s$ (s)	$s$ [%]	Erro (%)
$C_1$	60	0.851	99	0.0097	1.64	4.94	9.09	1
$C_2$	60	1.7	9	0.204	2.5	2.58	14.44	10
$C_3$	-21.1	32.3	50	2	21	-	-	-

Apesar dos tempos de estabelecimento serem bastante menores que os especificados,

estes são aceitáveis pois o objetivo inicial consistia em obter dois comportamentos distintos em anel fechado.

Através dos dados da tabela 2.2, foram obtidas as funções de transferência dos controladores, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. Os controladores resultantes estão apresentados na equação (2.15).

$$\begin{aligned} C_1(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 0,9999 & 1 \\ \hline 0,0096 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,9837 & 1 \\ \hline -0,0065 & 0,104 \end{array} \right]_F \\ C_2(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 0,998 & 1 \\ \hline 0,0188 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,9753 & 1 \\ \hline -0,0129 & 0,303 \end{array} \right]_F \\ C_3(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 0,9802 & 1 \\ \hline 0,7187 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,8106 & 1 \\ \hline -23,657 & 138,6 \end{array} \right]_F \end{aligned} \quad (2.15)$$

Para comparação, foi obtida a resposta no tempo a um degrau unitário dos anéis fechados com os controladores  $C_1$  e  $C_2$ , comparando-os com o respetivo modelo especificado, estando os resultados apresentados na figura 2.12.

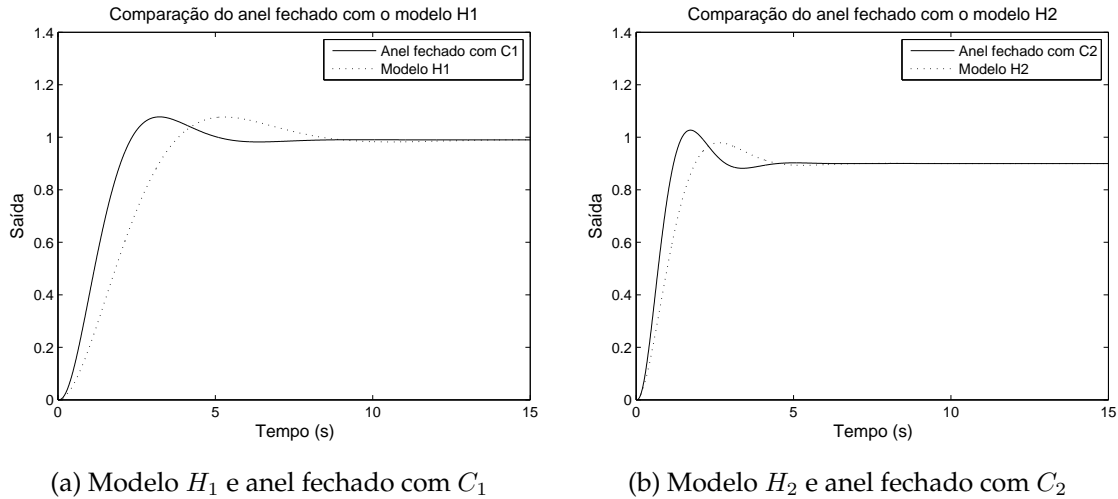


Figura 2.12: Comparação entre os modelos e os anéis fechados

Os comportamentos especificados para o sistema em anel fechado são bastante distintos, dependendo do controlador inserido no anel. Apesar do comportamento obtido dos anéis fechados não ser exatamente igual ao dos modelos especificados, estes são suficientemente semelhantes. Isto deve-se ao sistema em anel fechado ser de 3ª ordem, pelo que, comparando com um sistema de 2ª ordem, os mesmos valores de margem de fase e largura de banda resultam em sobrelevação e tempo de estabelecimento distintos.

Para testar o desempenho da estrutura de BT, foram realizadas duas experiências, com o objetivo de demonstrar as diferenças nas comutações com e sem BT. Os parâmetros das experiências são os seguintes:

- A primeira experiência não tem estrutura de BT, enquanto a segunda já tem a estrutura ativa.

- A duração das experiências é de 25 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, com o controlador  $C_2$ .
- São efetuadas as comutações de controladores  $C_2 \rightarrow C_1$  e  $C_1 \rightarrow C_2$  nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 15$  s, respetivamente.

As respostas dos anéis fechados, e ações de controlo respetivas, para ambas as experiências, estão apresentadas na figura 2.13.

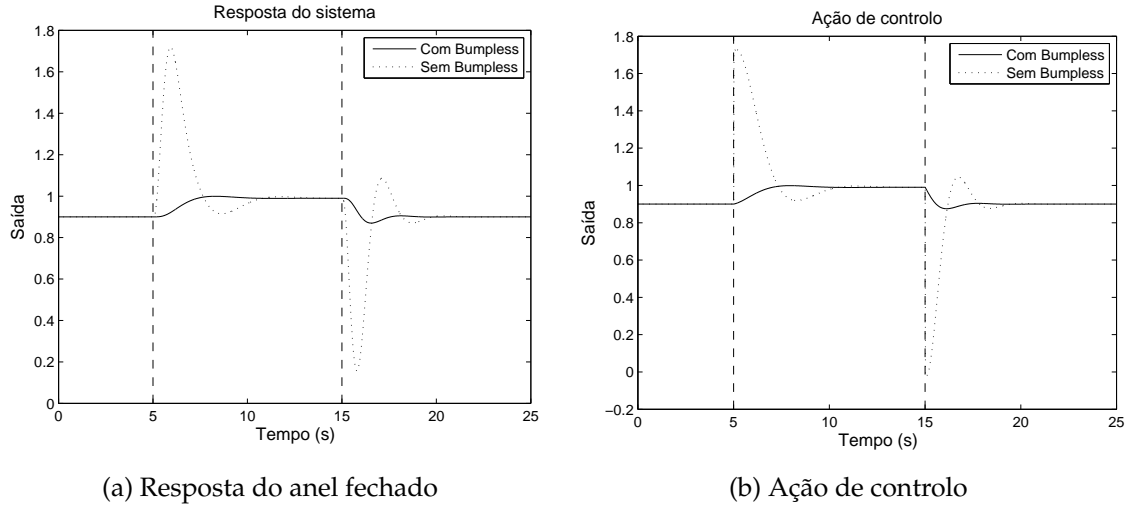


Figura 2.13: Resposta no tempo para teste de BT

Nas comutações sem estrutura de BT, existem descontinuidades na ação de controlo nos instantes de comutação. Consequentemente, podem-se observar variações abruptas na saída do sistema nos instantes seguintes às comutações. No entanto, com a ativação da estrutura de BT, este efeito é removido, ou seja, a ação de controlo mantém-se contínua. Regista-se um regime transitório semelhante ao que aconteceria com o novo controlador, caso estivesse em utilização desde o início da simulação, e o sinal de referência tivesse sido alterado. Assim, é possível concluir que esta estrutura reduz os problemas associados à comutação de controladores.

Pretende-se agora especificar os parâmetros necessários da estrutura de UC, ou seja, o parâmetro  $\lambda$  da função de desempenho, o fator de esquecimento  $\rho$  e o *offset*  $\gamma$  do mecanismo de permanência. Neste caso,  $\lambda$  foi fixo em  $\lambda = 0,3$ , de forma a tornar os índices de desempenho significativamente distintos. Sendo que o  $t_s$  máximo dos anéis fechados corresponde a 4.94 s, pretende-se que sejam considerados 15 segundos de amostras para o cálculo dos índices de desempenho, ou seja, 1500 amostras. Admitindo que as amostras são consideradas enquanto o seu peso for superior a 1%, obteve-se o valor de  $\rho = 0,9954$  através da equação (2.16).

$$\rho^N < 1\% \Leftrightarrow \rho = \sqrt[N]{0,01} \quad (2.16)$$

O *offset*  $\gamma$  é também determinado por experimentação, tendo sido fixo em  $\gamma = 0,05$ .

Este valor garante que não existem comutações associadas aos regimes transitórios dos índices de desempenho e que, caso um controlador seja mais adequado, o seu desempenho é suficientemente menor para existir uma comutação.

De forma a testar o desempenho da estrutura de UC, foi realizada uma experiência. Esta tem o objetivo de verificar se as situações em que é necessária uma comutação são identificáveis nos índices de desempenho e se a comutação é realizada, caso seja possível. Os parâmetros da experiência são os seguintes:

- A duração da experiência é de 70 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, com o controlador  $C_1$  e modelo de anel fechado  $H_1$ .
- São efetuadas as comutações de modelos de anel fechado  $H_1 \rightarrow H_2$  e  $H_2 \rightarrow H_1$ , nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 35$  s, respetivamente.

A resposta do anel fechado para esta experiência, assim como os índices de desempenho e o índice de controlador em utilização, estão apresentadas na figura 2.14.

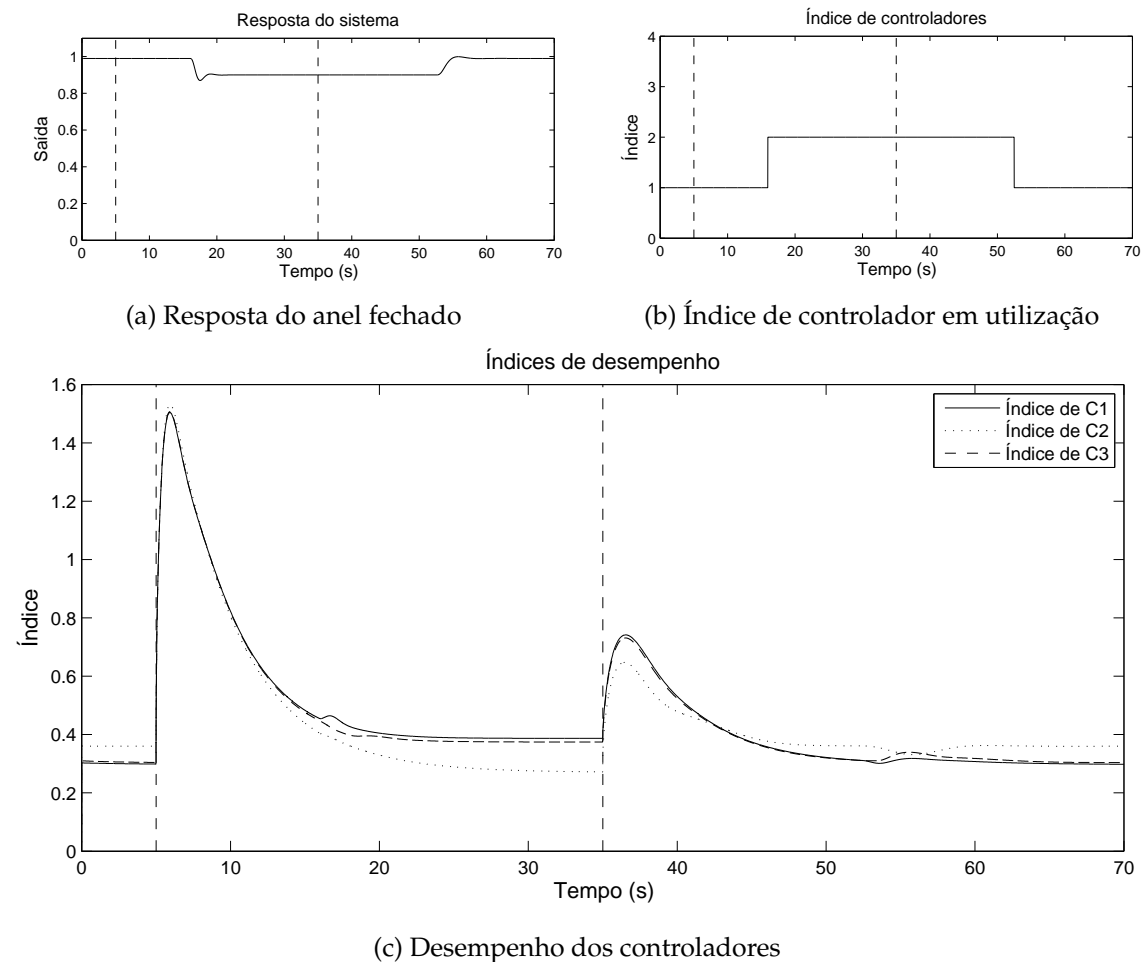


Figura 2.14: Resposta no tempo para teste de UC

Nos instantes de comutação de modelo de anel fechado verificam-se regimes transitórios abruptos nos índices de desempenho, devido a serem consideradas poucas amostras



para o seu cálculo. Com o aumento do valor do fator de esquecimento, o cálculo do índice de desempenho é menos baseado no transitório dos modelos, considerando mais amostras do regime permanente anterior à comutação. No entanto, com a estabilização dos índices, o sistema de supervisão identifica o controlador desenvolvido para o modelo em utilização como tendo o melhor desempenho, inserindo-o no anel fechado. Desta forma, após  $t = 5$  s é efetuada uma comutação para o controlador  $C_2$  e, após  $t = 35$  s, é efetuada uma comutação para o controlador  $C_1$ .

Sendo que o controlador  $C_3$  instabiliza o anel fechado, este apresenta sempre um índice de desempenho mais elevado que o controlador adequado. No entanto, este índice não é corretamente calculado, devido ao controlador não estar inserido no anel fechado. Visto os sinais  $u$  e  $y$  não tenderem para infinito, os sinais fictícios produzidos também não tendem para infinito, resultando um índice de desempenho semelhante ao dos restantes controladores.

É possível concluir que a estrutura de UC, com a correta especificação dos parâmetros, consegue identificar qual o controlador adequado para o comportamento pretendido para o anel fechado. Todo o processo é realizado sem a necessidade de modelos para o sistema. Este é apenas utilizado para projeto dos controladores, o que poderia ser facilmente contornado com a escolha de outro método de projeto.

## 2.6 Resumo

O conceito de UC enquadra-se na categoria de supervisão baseada em desempenho, e apresenta uma alternativa à utilização de modelos do processo no anel fechado. O UC baseia-se na recolha de dados do funcionamento do processo para avaliar um conjunto de controladores, e determinar qual o que deve ser inserido no anel fechado, de forma a cumprir um conjunto de especificações.

O sistema de supervisão tem associada uma função de desempenho, de forma a avaliar os controladores. Neste caso, foi introduzido um fator de esquecimento na função, de forma a conferir adaptabilidade ao sistema de supervisão. Assim, a função de desempenho tem associados os parâmetros  $\lambda$  (peso para a norma da ação de controlo), e  $\rho$  (fator de esquecimento), que influenciam o resultado dos índices de desempenho.

A comutação de controladores, associada à seleção do controlador adequado, pode originar descontinuidades na ação de controlo e, conseqüentemente, regimes transitórios abruptos na saída do processo. Para reduzir estes efeitos, é necessária a introdução de uma estrutura de BT. Para além disto, uma comutação provoca oscilação nos índices de desempenho, que pode originar nova comutação. Este efeito pode-se repetir, gerando comutação excessiva de controladores. Neste caso, é introduzido um mecanismo de permanência, que só permite a comutação caso o desempenho do controlador seja significativamente melhor que o do controlador ativo.

A implementação das estruturas de BT e UC permitiu obter resultados esperados, ou seja, é detetado qual o controlador mais adequado para a dinâmica de anel fechado pretendida. A deteção dos controladores que instabilizam a instalação não é correta, visto que o seu índice de desempenho deveria crescer indefinidamente. No entanto, o seu índice de desempenho é suficientemente elevado para não ser introduzido no anel fechado.



# Controlo *Unfalsified* em Sistemas MIMO

*Resumo: Neste capítulo é realizado o controlo de um caso de estudo de simulação, recorrendo a Unfalsified Control e Bumpless Transfer. O processo considerado consiste num sistema MIMO, composto por três carruagens ligadas por meio de uniões flexíveis.*

## 3.1 Motivação para Caso de estudo

Pretende-se estudar a implementação do conceito de UC num sistema MIMO, mas com a utilização de múltiplos anéis fechados SISO. Procura-se um sistema com dependências entre as diversas saídas, de forma a existirem interferências entre os diversos anéis de controlo, atingindo um comportamento distinto de sistemas SISO. De entre diversas alternativas, foi escolhido um sistema que simula um comboio, constituído por três carruagens, ligadas por meio de uniões flexíveis.

## 3.2 Modelação do Caso de Estudo

O sistema utilizado consiste num comboio constituído por duas locomotivas e uma carruagem, sendo estas unidas por conjuntos mola-amortecedor, como apresentado na

figura 3.1. Admite-se que a primeira e última carruagens do comboio são locomotivas e entende-se por locomotiva uma carruagem munida de motor capaz de a movimentar.

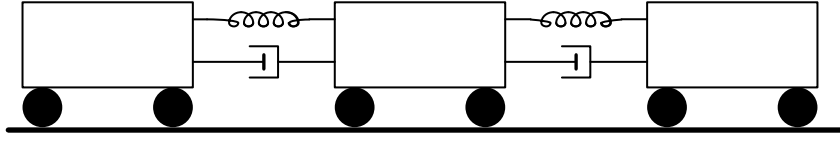


Figura 3.1: Modelo do comboio

Admitem-se as seguintes simplificações para a modelação deste sistema, de forma que o modelo resultante apresente um comportamento menos complexo, permitindo focar a análise no desempenho do sistema de controlo:

- A união entre a carruagem e as locomotivas consiste num conjunto mola-amortecedor.
- Considera-se sempre o mesmo coeficiente de atrito no contacto entre as carruagens e os carris.
- Considera-se o contacto entre as carruagens e os carris como pontual, ou seja, considera-se uma roda em cada carruagem, com contacto pontual com o carril.
- Os motores das locomotivas recebem como entrada a força que estes devem produzir e admite-se que as produzem instantaneamente, ou seja, estas são iguais em todos os instantes. Assim, os motores podem ser considerados blocos de ganho unitário.
- Sendo que, em regime permanente, a velocidade das carruagens é idêntica, admite-se que a velocidade da primeira carruagem representa, em todos os instantes, a velocidade do comboio.

O sistema de referenciais a utilizar, as forças e constantes relevantes para a modelação estão apresentadas na figura 3.2, acompanhadas do respetivo significado e unidades. Neste caso, é considerado um referencial distinto para cada carruagem, ou seja, existe distância entre as carruagens, mas todas partem de posição nula em relação ao seu referencial. Assim, é possível ignorar a distância fixa entre as carruagens, tornando o dimensionamento das molas e amortecedores mais simples.

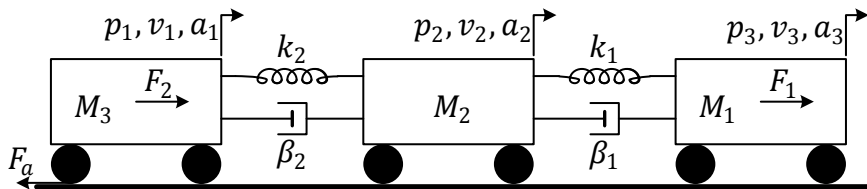


Figura 3.2: Modelo do comboio com referenciais

- $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$ : massas das locomotivas ( $M_1$  e  $M_3$ ) e carruagem ( $M_2$ ) (Kg).
- $k_1$  e  $k_2$ : constantes de elasticidade das molas (N/m).
- $\beta_1$  e  $\beta_2$ : constantes de amortecimento dos amortecedores (Ns/m).

- $p_1, p_2$  e  $p_3$ : posições das locomotivas ( $p_1$  e  $p_3$ ) e da carruagem ( $p_2$ ) (m).
- $v_1, v_2$  e  $v_3$ : velocidades das locomotivas ( $v_1$  e  $v_3$ ) e da carruagem ( $v_2$ ) (m/s).
- $a_1, a_2$  e  $a_3$ : acelerações das locomotivas ( $a_1$  e  $a_3$ ) e da carruagem ( $a_2$ ) (m/s<sup>2</sup>).
- $F_a$ : Força de atrito entre as carruagens e os carris (N).

Por simplificação, consideram-se as forças produzidas por cada motor ( $F_n$ ) como entradas do modelo, visto estas serem iguais em todos os instantes às forças que se pretende que sejam produzidas ( $F_n^*$ ). As variáveis de estado consistem na posição e velocidade de cada carruagem, e as saídas do modelo consistem na distância entre as primeiras carruagens e na velocidade da primeira. Uma representação das entradas e saídas do modelo está apresenta na figura 3.3.

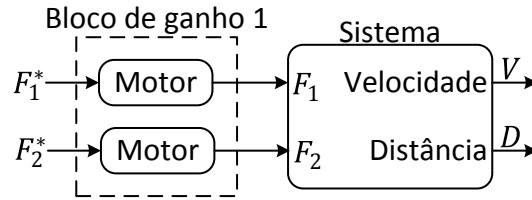


Figura 3.3: Entradas e saídas do modelo

Aplicando a 2ª lei de Newton a cada carruagem, foi obtido o modelo analítico do sistema, capaz descrever a sua dinâmica, apresentado no sistema de equações (3.1).

$$\begin{cases} m_1 a_1 = F_1 - k_1(p_1 - p_2) - \beta_1(v_1 - v_2) - \mu m_1 g v_1 \\ m_2 a_2 = k_1(p_1 - p_2) + \beta_1(v_1 - v_2) - k_2(p_2 - p_3) - \beta_2(v_2 - v_3) - \mu m_2 g v_2 \\ m_3 a_3 = F_2 + k_2(p_2 - p_3) + \beta_2(v_2 - v_3) - \mu m_3 g v_3 \end{cases} \quad (3.1)$$

Devido ao sistema ser MIMO, é necessário construir o seu vetor de estado e vetor de sinais de entrada para o representar em modelo de estado. Tendo em conta as variáveis de estado e entradas definidas, foram obtidos os vetores (3.2).

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 = p_1 \\ x_2 = v_1 \\ x_3 = p_2 \\ x_4 = v_2 \\ x_5 = p_3 \\ x_6 = v_3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

A partir do modelo analítico (3.1) foi obtido o modelo de estado do sistema de acordo com as variáveis de estado definidas. Este está representado em tempo contínuo na equação (3.3).

$$F(s) = \left[ \begin{array}{cccccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_1}{m_1} & \frac{-\beta_1 - \mu m_1 g}{m_1} & \frac{k_1}{m_1} & \frac{\beta_1}{m_1} & 0 & 0 & \frac{1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_1}{m_2} & \frac{\beta_1}{m_2} & \frac{-k_1 - k_2}{m_2} & \frac{-\beta_1 - \beta_2 - \mu m_2 g}{m_2} & \frac{k_2}{m_2} & \frac{\beta_2}{m_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_2}{m_3} & \frac{\beta_2}{m_3} & \frac{-k_2}{m_3} & \frac{-\beta_2 - \mu m_3 g}{m_3} & 0 & \frac{1}{m_3} \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.3)$$

Para completar o modelo de estado, é necessário determinar o valor de todas as constantes desconhecidas. Neste caso, as massas das locomotivas e da carruagem estão apresentadas na equação (3.4), e foram definidas numa ordem de grandeza elevada, tendo em conta uma carruagem vazia.

$$m_1 = 1000 \text{ Kg} \quad m_2 = 200 \text{ Kg} \quad m_3 = 1000 \text{ Kg} \quad (3.4)$$

Sendo que o objetivo é controlar o movimento do comboio, pretende-se especificar o resto das constantes em concordância com as massas apresentadas, de forma a cumprir o seguinte conjunto de objetivos:

- Quando inicialmente em repouso, o comboio deve conseguir atingir os 50 Km/h em 10 segundos.
- Admitindo frequência de oscilação de 1 Hz, a distância máxima entre as carruagens não pode ultrapassar os 0.2 m.
- As oscilações na distância entre as carruagens devem estabilizar em 1% do seu valor final após 5 s.

### 3.2.1 Parametrização do Modelo

#### Força de Dimensionamento

Considerando o sistema como um único corpo rígido, com massa total igual à soma da massa das três carruagens, foi obtida a força  $F_{obj}$  que permite atingir a velocidade desejada, apresentada em (3.5).

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 \text{ km/h}}{10 \text{ s}} = \frac{13,89 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 1,389 \text{ m/s}^2 \quad (3.5)$$

$$F_{obj} = m_T \times a \Leftrightarrow F_{obj} = (1000 + 200 + 1000) \times 1,389 = 3055,8 \text{ N}$$

Utilizando esta força como sinal de entrada, pretende-se dimensionar as constantes de elasticidade e de amortecimento, correspondentes às molas e amortecedores que constituem as ligações entre as carruagens.

### Constante de Elasticidade

Considera-se o sistema apresentado na figura 3.4, constituído por um bloco de massa equivalente a uma locomotiva ( $M_1$ ), preso a uma parede por uma mola, com posição inicial nula. Recorrendo à Lei de *Hooke* e aplicando a transformada de *Laplace*, obteve-se a função de transferência (3.6). Tomando o módulo da função de transferência, a oscilação máxima pretendida e a frequência de oscilação, foi obtida a gama de valores para a constante de elasticidade.

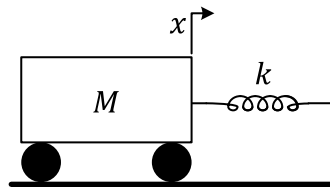


Figura 3.4: Bloco ligado por mola

$$\begin{cases} F_{el} = -kx \\ ma = -kx + F \end{cases} \xLeftrightarrow{TL} X(s) = \frac{\frac{F}{m}}{s^2 + \frac{k}{m}} \Rightarrow \left| \frac{\frac{F}{m}}{s^2 + \frac{k}{m}} \right| < A \Leftrightarrow k > 16279 \text{ N/m} \quad (3.6)$$

O valor da constante foi fixo em  $k = 16300 \text{ N/m}$ , ligeiramente superior ao limite determinado, de forma a certificar que o objetivo de controlo é cumprido.

Considere-se agora o sistema inicial, com a ligação entre a 1ª e a 2ª carruagens consistindo numa mola, e entre a 2ª e 3ª consistindo numa ligação rígida.

Neste caso, a entrada consiste na força do motor da primeira locomotiva e a saída na distância entre as primeiras carruagens. Sendo que não se consideram forças de atrito, a aplicação de uma força no sistema irá gerar uma distância entre carruagens puramente oscilatória, cuja amplitude depende apenas das massas das carruagens e da constante de elasticidade da mola. Assim, aplicando a força  $F_{obj}$  ao sistema, foi obtida a distância entre as primeiras carruagens apresentada na figura 3.5.

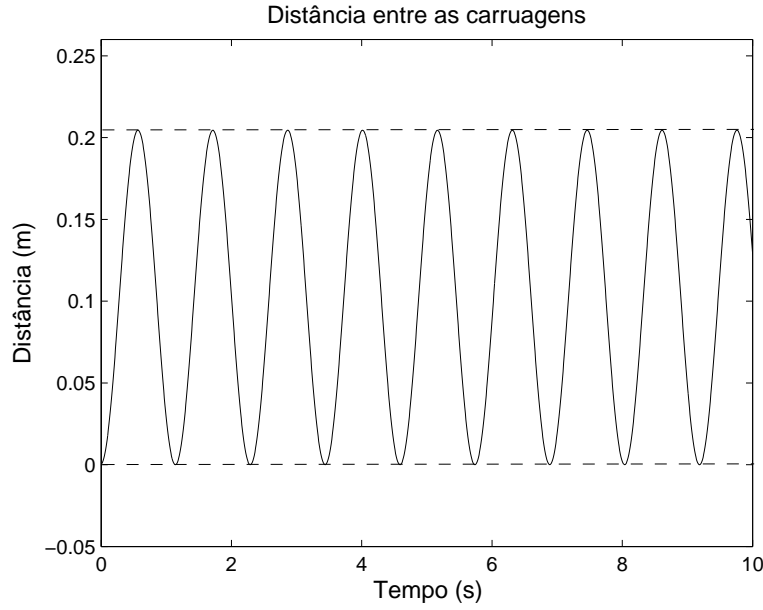


Figura 3.5: Distância entre carruagens ligadas por mola

A distância máxima atingida ultrapassa um pouco os 0.2 m, devendo-se à massa combinada das últimas carruagens ser de 1.2 toneladas, um pouco superior à massa de 1 tonelada para qual a constante de elasticidade foi dimensionada. Com a introdução de atrito e dos amortecedores, é esperado que a distância máxima entre as carruagens cumpra o objetivo.

### Constante de Amortecimento

Considere-se o sistema da figura 3.4, sendo adicionado um amortecedor à ligação. Recorrendo à Lei de *Hooke* e à equação do movimento de um amortecedor, e aplicando a transformada de *Laplace*, obteve-se a função de transferência (3.7).

$$\begin{cases} F_{am} = -\beta v \\ ma = -kx - \beta v + F \end{cases} \xLeftrightarrow{TL} X(s) = \frac{\frac{F}{m}}{s^2 + \frac{\beta}{m} + \frac{k}{m}} \quad (3.7)$$

Comparando a função de transferência obtida com a de um sistema de 2ª ordem, podemos obter as igualdades (3.8).

$$\frac{\frac{F}{m}}{s^2 + \frac{\beta}{m} + \frac{k}{m}} = \frac{K \times \omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = \frac{k}{m} \\ 2D\omega_n = \frac{\beta}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \beta = 2Dm\sqrt{\frac{k}{m}} \end{cases} \quad (3.8)$$

Foi calculada a gama de valores para o fator de amortecimento ( $D$ ), apresentada em (3.9) e, conseqüentemente, a gama de valores para a constante de amortecimento ( $\beta$ ) que



permite cumprir esta especificação, apresentada na equação (3.10).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow \omega_n = 4,037 \text{ rad/s} \quad t_{s[1\%]} > \frac{4,6}{D\omega_n} \Leftrightarrow D > 0,2279 \quad (3.9)$$

$$\beta = 2Dm\sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow \beta > 1840,06 \text{ Ns/m} \quad (3.10)$$

O valor da constante foi fixo em  $\beta = 2000 \text{ Ns/m}$ , ligeiramente superior ao limite determinado, de forma a certificar que o objetivo de controlo é cumprido.

Considera-se agora o sistema inicial, com a ligação entre a 1ª e a 2ª carruagens consistindo numa mola e amortecedor, e entre a 2ª e 3ª consistindo numa ligação rígida.

Neste caso, a entrada consiste na força do motor da primeira locomotiva e a saída na distância entre as primeiras carruagens. A introdução do amortecedor na ligação entre as carruagens provoca amortecimento das oscilações. Como  $0 < D < 1$ , a distância entre as carruagens terá um comportamento semelhante ao de um sistema sub-amortecido. Aplicando a força  $F_{obj}$  ao sistema, foi obtida a distância entre as primeiras carruagens apresentada na figura 3.6.

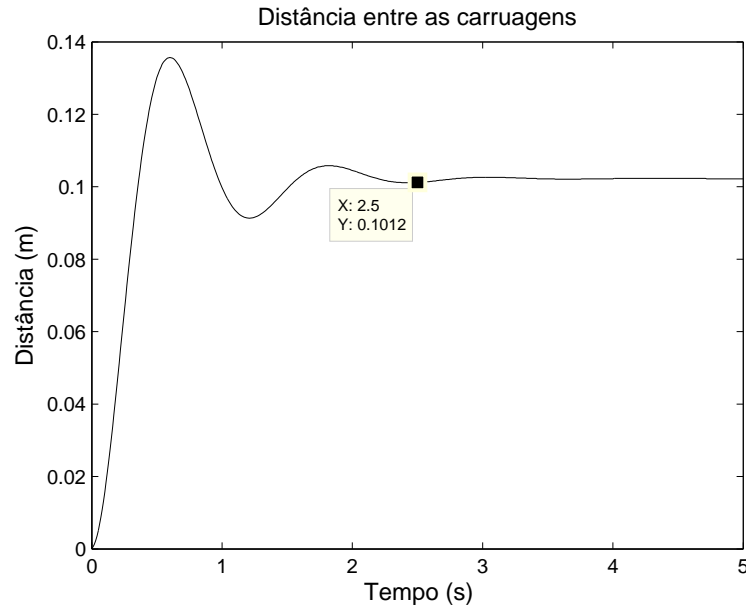


Figura 3.6: Distância entre carruagens ligadas por mola e amortecedor

A distância máxima entre as carruagens já se encontra abaixo dos 0,2 metros, cumprindo a especificação pretendida. Para além disto, o tempo de estabelecimento a 1% da distância é de  $t_s = 2,5 \text{ s}$ , ou seja, também cumpre a especificação pretendida.

### Constante de Atrito

Resta apenas introduzir atrito no sistema, de forma a aproximar o seu comportamento ao de um sistema real. Apesar de na literatura existirem tabelas com coeficientes de atrito

entre diversas superfícies, este foi determinado através do objetivo pretendido. Desta forma, existe mais controlo sobre o comportamento do sistema.

O valor foi determinado por experimentação, sendo fixo no valor que leva o sistema a muito perto do repouso. Considera-se de novo o sistema como um único corpo com massa equivalente ao comboio completo. A entrada consiste na força do motor da primeira locomotiva e a saída na velocidade da mesma. Assim, com coeficiente de atrito  $\mu = 0,12$  e uma velocidade inicial de 50 km/h, foi obtida a velocidade do sistema com atrito, apresentada na figura 3.7.

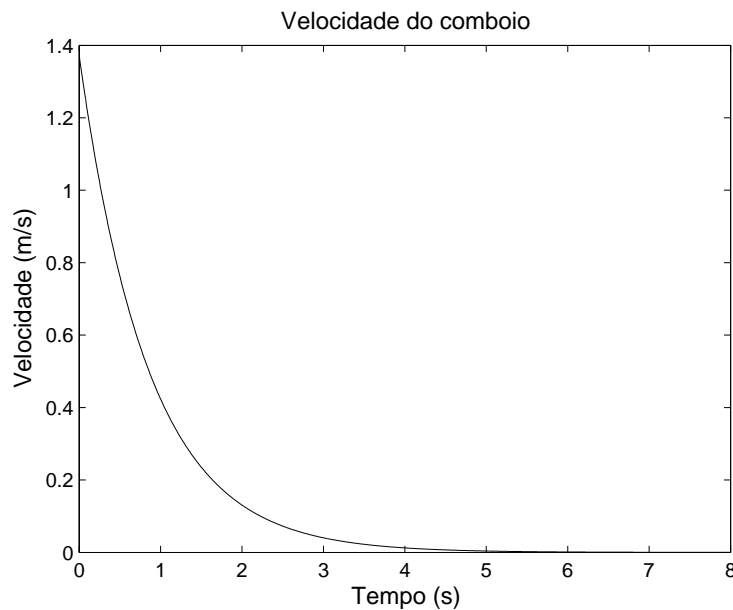


Figura 3.7: Evolução da velocidade com atrito

O valor escolhido para o coeficiente de atrito é irreal para o tipo de materiais normalmente usado, mas permite atingir o comportamento pretendido. Assim, este diminui a distância máxima entre as carruagens e o tempo de estabelecimento das oscilações.

Apesar da análise ter sido realizada para a ligação entre as primeiras carruagens, foram atribuídas as mesmas constantes à outra ligação, visto a massa das locomotivas ser idêntica. Pretende-se verificar que, com este modelo final, as distâncias entre ambas as carruagens cumprem as especificações. Assim, aplicando a força  $F_{obj}$  ao motor da primeira locomotiva, foram obtidas as distâncias entre os dois pares de carruagens, apresentadas na figura 3.8.

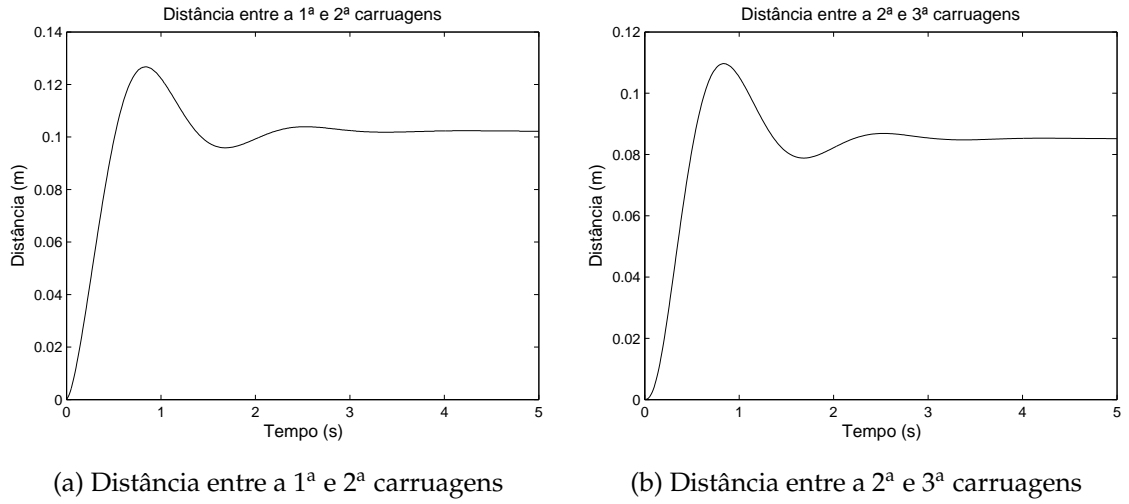


Figura 3.8: Distâncias entre as carruagens do modelo completo

Apesar de existirem mais oscilações que anteriormente, ambas as respostas cumprem os objetivos definidos. Isto deve-se à influência das oscilações que cada carruagem tem nas outras, pois quando existe deslocamento, cada carruagem puxa as restantes.

### Modelo Final

Tendo todas as constantes determinadas, é possível concluir o modelo de estado do comboio. Assim, foi obtido o modelo em tempo contínuo apresentado na equação (3.11).

$$F(s) = \left[ \begin{array}{cccccc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -16,3 & -3,176 & 16,3 & 2 & 0 & 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 81,5 & 10 & -163 & -21,176 & 81,5 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 16,3 & 2 & -16,3 & -3,176 & 0 & 0,001 \\ \hline 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.11)$$

Apesar da realização do sistema ser efetuada em tempo contínuo, a simulação e análise são efetuadas em tempo discreto. Assim, o sistema é discretizado recorrendo ao método de ZOH, com tempo de amostragem  $t_a = 10$  ms. Neste caso, o tempo de amostragem foi escolhido de forma a garantir alguma liberdade em termos de resposta em frequência do sistema e, consequentemente, da realização dos controladores.

### 3.3 Controlo de Velocidade e Distância

Pretende-se desenvolver diversas arquiteturas de controlo constituídas por dois anéis fechados individuais, cada um com um controlador SISO. As variáveis a controlar correspondem à velocidade do comboio e à distância entre as primeiras carruagens.

#### 3.3.1 Desenvolvimento dos Controladores

Como primeira arquitetura de controlo, considera-se a apresentada na figura 3.9. Neste caso, é utilizado o motor da primeira locomotiva para controlar a velocidade do comboio, e o motor da segunda locomotiva para controlar a distância entre as carruagens.

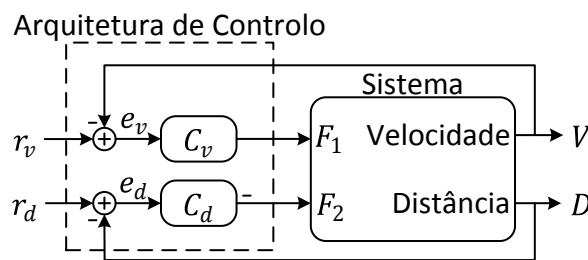
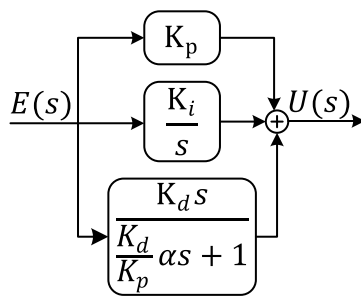


Figura 3.9: Arquitetura de controlo com dois anéis fechados

Analisando o comportamento do sistema, verifica-se um carácter inversor entre a força da segunda locomotiva e a distância entre as carruagens. Mais precisamente, um aumento da força provoca uma diminuição da distância entre as carruagens. Assim, é necessário que o controlador de distância tenha também carácter inversor. Para além disto, esta força tem um efeito direto sobre a distância entre as últimas carruagens, mas apenas indireto sobre a distância entre as primeiras carruagens. Neste caso, são as oscilações da carruagem central a provocar variações na distância entre as primeiras carruagens, ou seja, existe algum atraso na saída.

Devido ao tipo de sistema em causa, em que o erro estático é um fator bastante relevante, pretende-se utilizar controladores do tipo PID. Existem diversas formas de implementação de controladores PID, sendo que, neste caso, é utilizada a estrutura em paralelo apresentada na figura 3.10, com a função de transferência (3.12). Sendo que, nos controladores PID clássicos, a componente derivativa não é causal, neste trabalho é utilizada uma aproximação, com a adição de um pólo de alta frequência. De acordo com [33], este pólo limita o ganho de alta frequência da componente derivativa e é definido pela constante  $\alpha$ . Neste caso, o seu valor é fixo em  $\alpha = 20$ , de forma a minimizar o efeito deste zero no comportamento do controlador, pois apenas se pretende que a componente seja causal.



$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{\frac{K_d}{K_p} \alpha s + 1} \quad (3.12)$$

Figura 3.10: Estrutura PID

Os controladores foram sintonizados manualmente, de forma a obter o balanço mais conveniente entre sobrelevação ( $s$ ) e tempo de estabelecimento a 1% ( $t_s$ ) na resposta do anel fechado a um degrau unitário. No entanto, os controladores foram sintonizados individualmente, ou seja, sem ter em atenção as interferências entre as saídas do sistema. Assim, é esperada uma degradação das especificações quando todos os controladores estiverem em utilização. Para o controlador de velocidade, verificou-se não ser necessária a introdução da componente derivativa, pelo que este consiste apenas num controlador PI. A sua estrutura é idêntica à apresentada na figura 3.10, sendo apenas retirada a componente derivativa.

A modelação do sistema permite concluir que as ações de controlo se traduzem em forças produzidas pelos motores das locomotivas. Apesar de, em simulação, este fator não trazer consequências, num sistema real existem problemas nos equipamentos associados a tentar atingir forças de grande intensidade.

Para definir o comportamento pretendido dos anéis fechados, é necessário ter em conta estes fatos, pelo que cada saída tem de ter um comportamento distinto. Pretende-se assegurar separação significativa de largura de banda dos anéis fechados, para tentar reduzir as interferências entre as saídas, e aproximar ao máximo o comportamento dos anéis fechados do pretendido. Assim, o tempo de estabelecimento dos anéis fechados tem de ser significativamente diferente.

Na tabela 3.1 encontram-se as especificações dos anéis fechados e os ganhos dos controladores necessários para as atingir.

Tabela 3.1: Especificações para estrutura de duas saídas e ganhos dos controladores

Dados	Especificações		Ganhos		
	$s$ [%]	$t_s$ (s)	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Velocidade	0	10	500	1100	-
Distância	10	5	1000	64000	2000

A partir destes dados, foram obtidas as funções de transferência dos controladores, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição

*slow-fast*. Os controladores resultantes estão apresentados na equação (3.13).

$$\begin{aligned} C_V(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline 11 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 0 & 500 \end{array} \right]_F \\ C_D(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 1 & 1 \\ \hline 640 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,9048 & 1 \\ \hline -1903,5164 & 21000 \end{array} \right]_F \end{aligned} \quad (3.13)$$

As respostas a um degrau unitário dos anéis fechados com os controladores de velocidade e distância, individualmente, estão apresentadas nas figuras 3.11 e 3.12, respetivamente. São apresentadas ambas as saídas em cada experiência, para verificar o efeito de cada entrada em ambas as saídas.

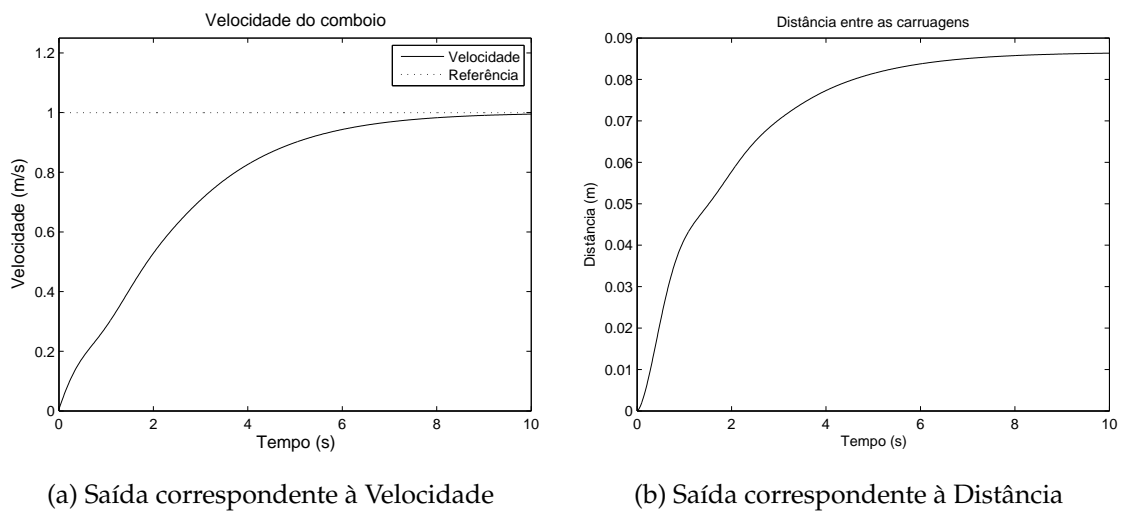


Figura 3.11: Respostas do anel fechado com controlador de velocidade

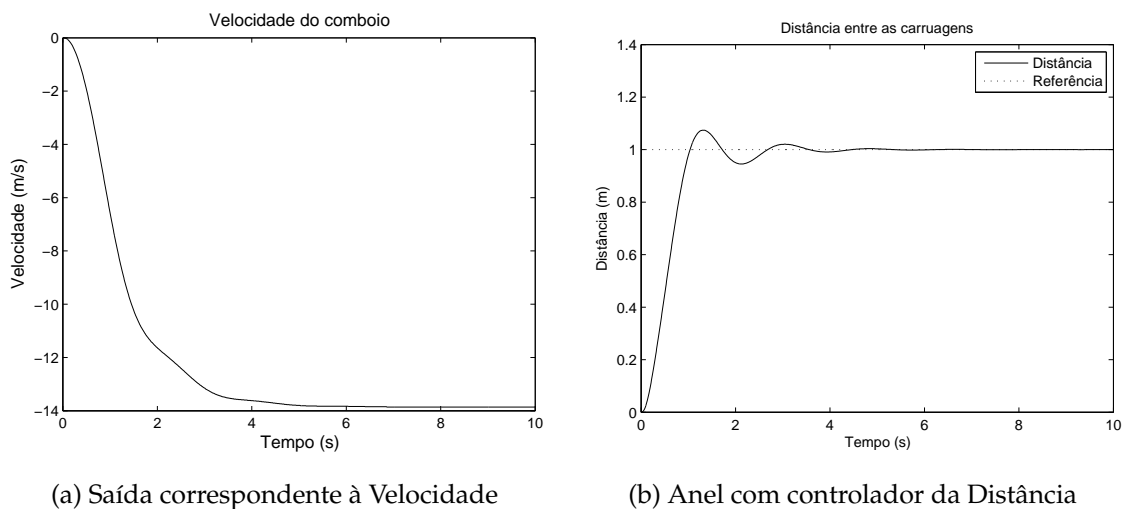


Figura 3.12: Respostas do anel fechado com controlador de distância

Ambas as respostas cumprem as especificações pretendidas, e verifica-se a separação de largura de banda entre os anéis fechados, pois os tempos de estabelecimento são

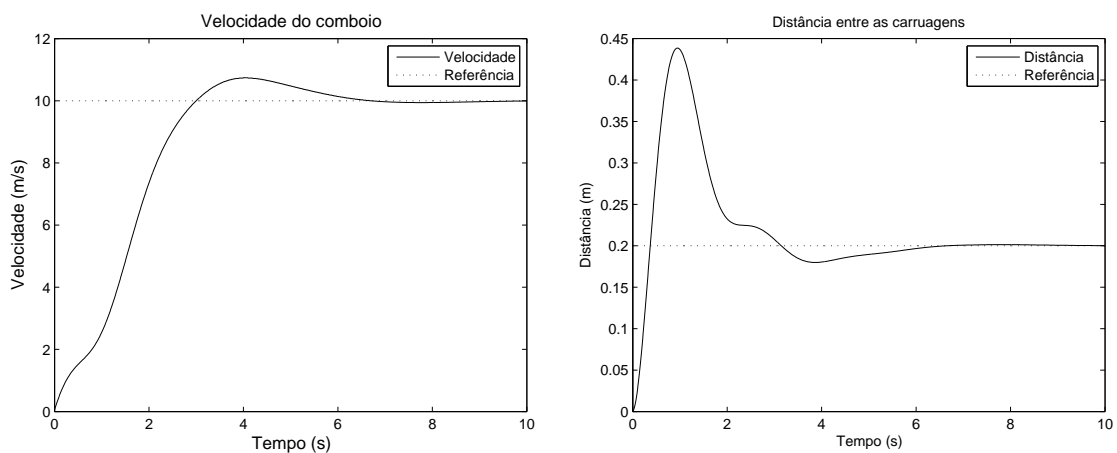
bastante distintos. Visto a velocidade ter um efeito reduzido na distância, o carácter oscilatório da distância é justificado pelo efeito indireto da ação de controlo sobre a saída, como já analisado.

Utilizando ambos os controladores em simultâneo, espera-se uma degradação no cumprimento das especificações, devido à interferência entre os anéis fechados. Mais precisamente, ao tentar cumprir as especificações, os controladores provocam alterações na saída que não estão a controlar. Devido aos próprios controladores reagirem a estas alterações, este efeito repete-se, gerando comportamentos erráticos nas saídas.

Para analisar este efeito, foram obtidas as respostas e ações de controlo do sistema com ambos os controladores, apresentadas na figura 3.13, recorrendo aos sinais de referência da tabela 3.2.

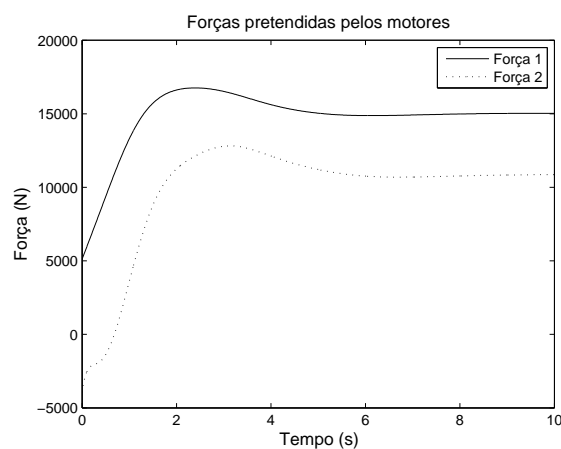
Tabela 3.2: Referências para os dois anéis fechados

Saída	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	10	0.2



(a) Saída correspondente à Velocidade

(b) Saída correspondente à Distância



(c) Ações de controlo

Figura 3.13: Respostas do sistema, com todos os controladores, com duas saídas

A utilização de ambos os controladores provoca um aumento bastante significativo na sobrelevação de ambas as respostas. Isto deve-se a que, nos instantes iniciais, a aceleração do comboio e o aumento da distância entre carruagens correspondem à aplicação de forças com sentidos contrários, pois a primeira locomotiva avança e a segunda recua. Assim, o aumento da velocidade provoca um aumento na distância entre carruagens. A reação do controlador de distância corresponde à inversão do sentido da segunda força, ou seja, em fazer a segunda locomotiva avançar, de forma a diminuir a distância. No entanto, esta inversão provoca um impulso na velocidade do comboio, pois as forças têm agora o mesmo sentido e, conseqüentemente, o aparecimento de sobrelevação na respetiva resposta. No entanto, apesar deste comportamento, ambas as respostas estabilizam nos valores de referência.

### 3.3.2 Troca dos Controladores

Para os conceitos abordados mais à frente, é necessária uma segunda arquitetura de controlo. Neste caso, considera-se uma troca dos controladores na arquitetura anterior, mantendo a estrutura dos mesmos. Mais precisamente, passa a ser utilizado o motor da primeira locomotiva para controlar a distância entre as carruagens, e o motor da segunda locomotiva para controlar a velocidade do comboio, resultando na arquitetura apresentada na figura 3.14.

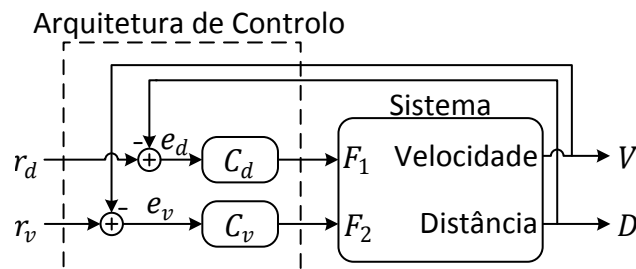


Figura 3.14: Arquitetura de controlo com troca dos controladores

O controlador de distância deixa de ter carácter inversor, pois a força utilizada afeta diretamente a saída, ou seja, um aumento da força provoca um aumento da distância, e vice-versa. A alteração da força utilizada por cada controlador altera também os efeitos que estes provocam um no outro, pelo que se espera um comportamento diferente do registado na arquitetura anterior.

Foram mantidos os ganhos dos controladores e objetivos de controlo usados na arquitetura anterior e, recorrendo aos mesmos sinais de referência, apresentados na tabela 3.2, foram obtidas as respostas do sistema, apresentadas na figura 3.15.



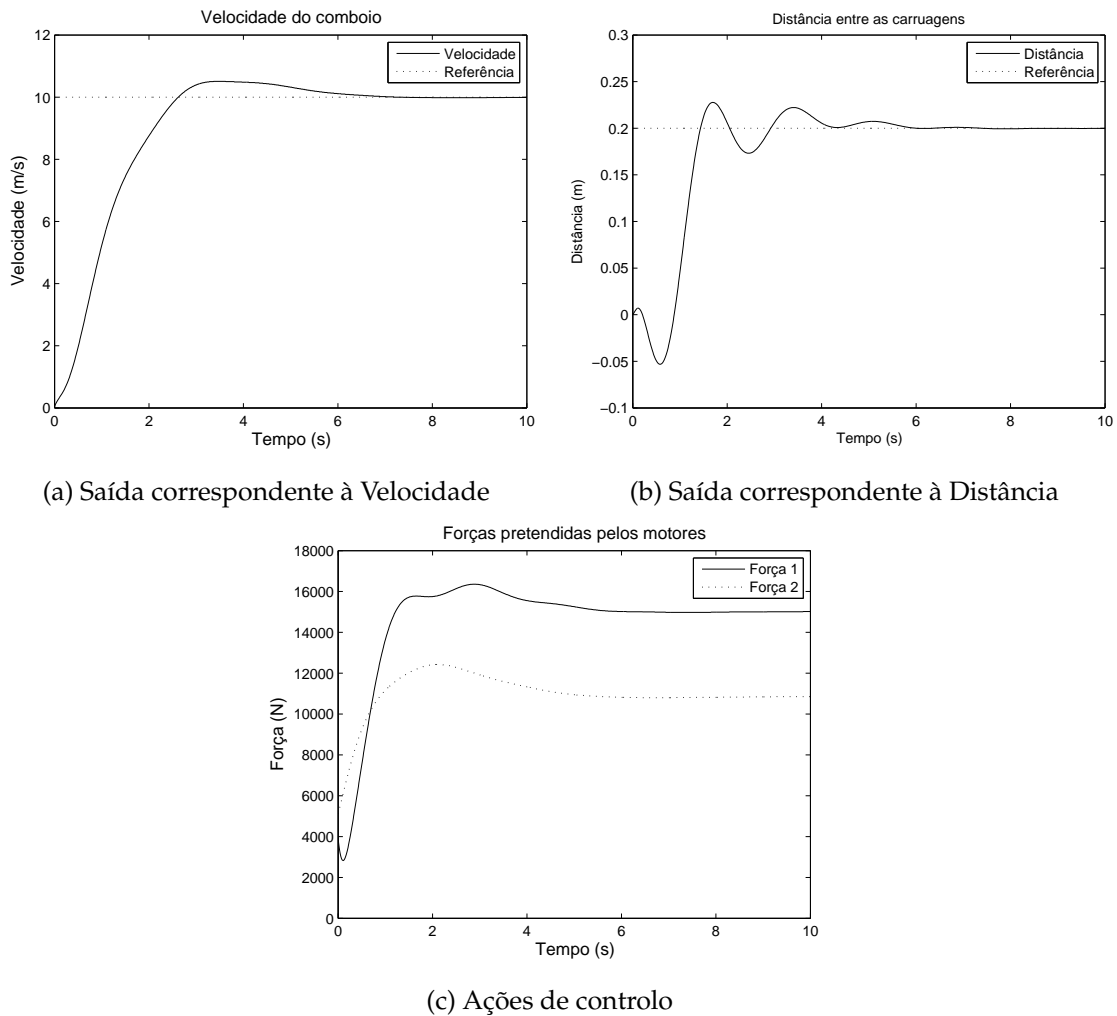


Figura 3.15: Respostas do sistema, com troca de controladores

A distância entre as carruagens deixa de apresentar o carácter oscilatório verificado na arquitetura anterior, pois os motores deixam de produzir forças com sentido contrário. Para além disto, existe uma descida na sobrelevação da distância e no tempo de estabelecimento a 1% da velocidade. No entanto, o tempo de estabelecimento da distância aumenta significativamente, deixando de cumprir as especificações pretendidas.

Apesar de não cumprir todas as especificações, foi mantida esta arquitetura, de forma a haver diferenças significativas no comportamento dos anéis fechados.

### 3.3.3 Saturação das Ações de Controlo e *Anti-Windup*

Num sistema real, as ações de controlo dos sistemas estão normalmente sujeitas a saturação, de forma a não atingirem valores que possam provocar danos ou avarias. Assim, para aproximar este sistema simulado de um sistema real, adiciona-se saturação ao módulo das forças que se pretende que os motores produzam, ou seja, as forças não podem

exceder esse valor, independentemente do seu sentido.

A utilização de controladores com efeito integral, e saturação das ações de controlo, origina um efeito de *windup*. Mais precisamente, caso a ação de controlo sature e o erro continue a aumentar, a componente integral do controlador não pára de aumentar. Assim, se o erro diminuir, a reação do controlador não é imediata, pois é necessário que a componente integral recupere.

Para reduzir este efeito, é introduzida uma estrutura de *anti-windup* no sistema. Existem diversas estruturas estudadas na literatura [10][13]. Tendo em conta a decomposição dos controladores, a estrutura implementada neste trabalho pretende anular o sinal de erro do modo lento, caso este fosse contribuir para um aumento da componente integral. O seu funcionamento pode ser descrito da seguinte forma:

- Caso o erro seja positivo e a ação de controlo esteja saturada positivamente, o erro dado como entrada do modo lento é nulo.
- Caso o erro seja negativo e a ação de controlo esteja saturada negativamente, o erro dado como entrada do modo lento é nulo.
- Caso nenhuma das condições se verifique, não existe alteração no erro.

O erro correspondente ao modo rápido do controlador não é alterado, visto este não influenciar a componente integral. Assim, a estrutura pode ser descrita matematicamente pela equação (3.14).

$$e_{slow}(k) = \begin{cases} 0 & \text{se } u(k-1) > 20000 \wedge e(k) > 0 \\ 0 & \text{se } u(k-1) < -20000 \wedge e(k) < 0 \\ e(k) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.14)$$

Para observar o efeito da saturação no sistema, é introduzida uma saturação de módulo  $|F| = 8000$  N. São realizadas duas experiências, com os seguintes parâmetros:

- A primeira experiência é realizada com a arquitetura normal, enquanto a segunda é realizada com a arquitetura com troca de controladores.
- A duração das experiências é de 20 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, considerando o ponto de funcionamento da tabela 3.3.
- A saturação é introduzida no instante  $t = 10$  s.

Tabela 3.3: Referências para os dois anéis fechados, com saturação

Saída	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	10	0.2

As respostas dos anéis fechados para ambas as experiências, assim como as respetivas ações de controlo, estão apresentadas na figura 3.16.

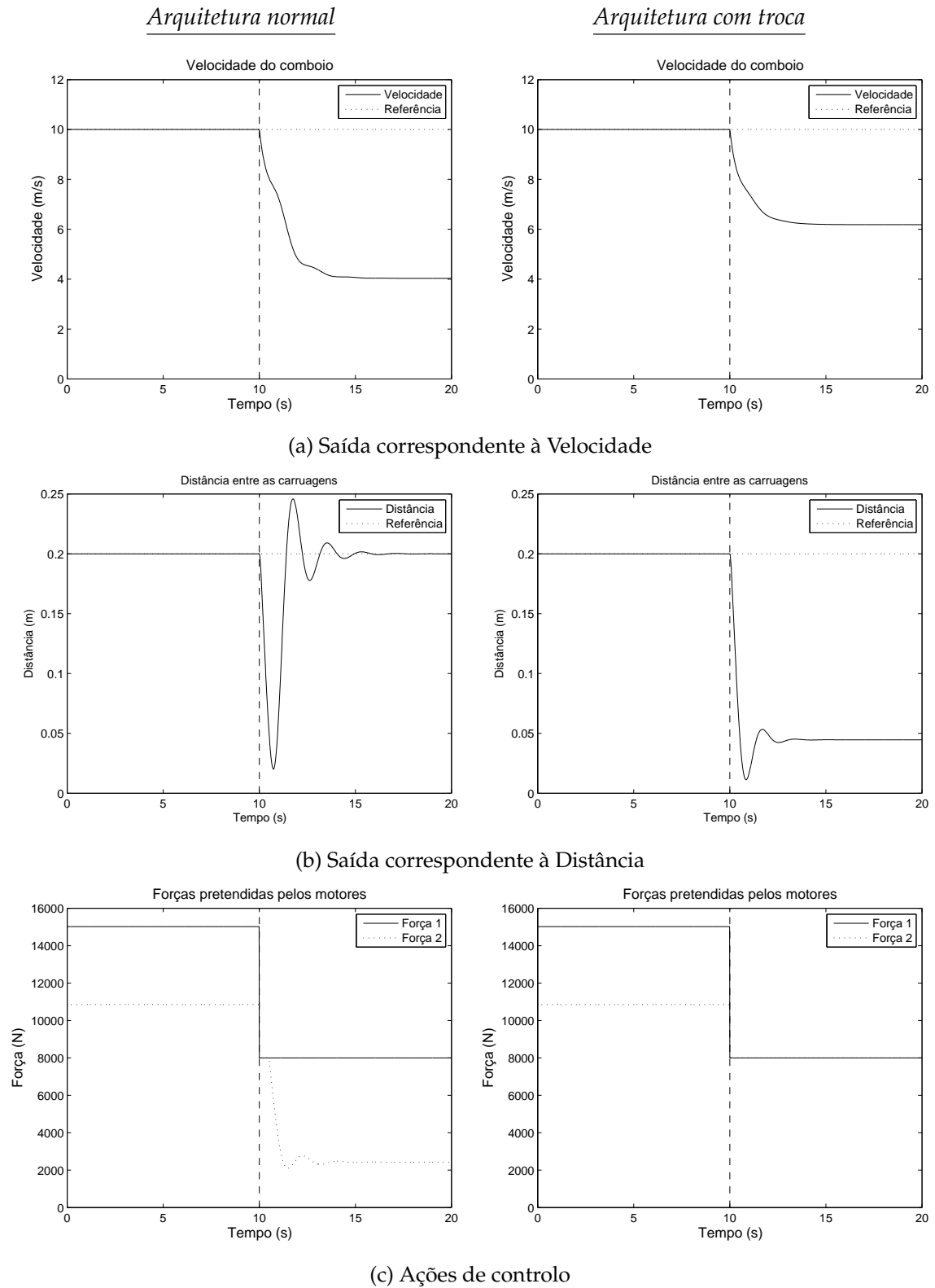


Figura 3.16: Respostas do sistema, com saturação, com ambas as arquiteturas

A introdução da saturação provoca o desvio de, pelo menos, uma das saídas em relação à referência respetiva. Apesar de, no caso da arquitetura normal, a força da segunda

locomotiva não estar saturada, esta está associada à distância entre as carruagens, que se encontra a seguir a referência, pelo que a força se mantém constante. Assim, no caso de existir uma saturação, a troca de arquiteturas de controlo não é suficiente para cumprir todas as especificações.

### 3.4 Aplicação de *Bumpless Transfer*

Pretende-se agora introduzir o conceito de BT no sistema, de forma que a comutação de arquiteturas não provoque descontinuidades nas ações de controlo. Neste caso, não é realizada uma comutação de controladores únicos, mas sim de arquiteturas com dois controladores, pelo que é necessária uma extensão do conceito de BT. No entanto, assegurar a BT de cada controlador individual é condição suficiente para assegurar a BT entre as arquiteturas de controlo. Assim, é apenas realizado o *reset* aos estados de cada controlador individual, não sendo necessária nenhuma alteração à estrutura já implementada.

Para testar o desempenho da estrutura, foram realizadas duas experiências, com o objetivo de demonstrar as diferenças nas comutações com e sem BT. Os parâmetros das experiências são os seguintes:

- A primeira experiência não tem estrutura de BT, enquanto a segunda já tem a estrutura ativa.
- A duração das experiências é de 25 segundos.
- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ) e a arquitetura com troca como arquitetura 2 ( $A_2$ ).
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, com a arquitetura  $A_1$ .
- São efetuadas as comutações de arquiteturas  $A_1 \rightarrow A_2$  e  $A_2 \rightarrow A_1$ , nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 15$  s, respetivamente.

As respostas do sistema e ações de controlo, obtidas para ambas as experiências, estão apresentadas na figura 3.17.

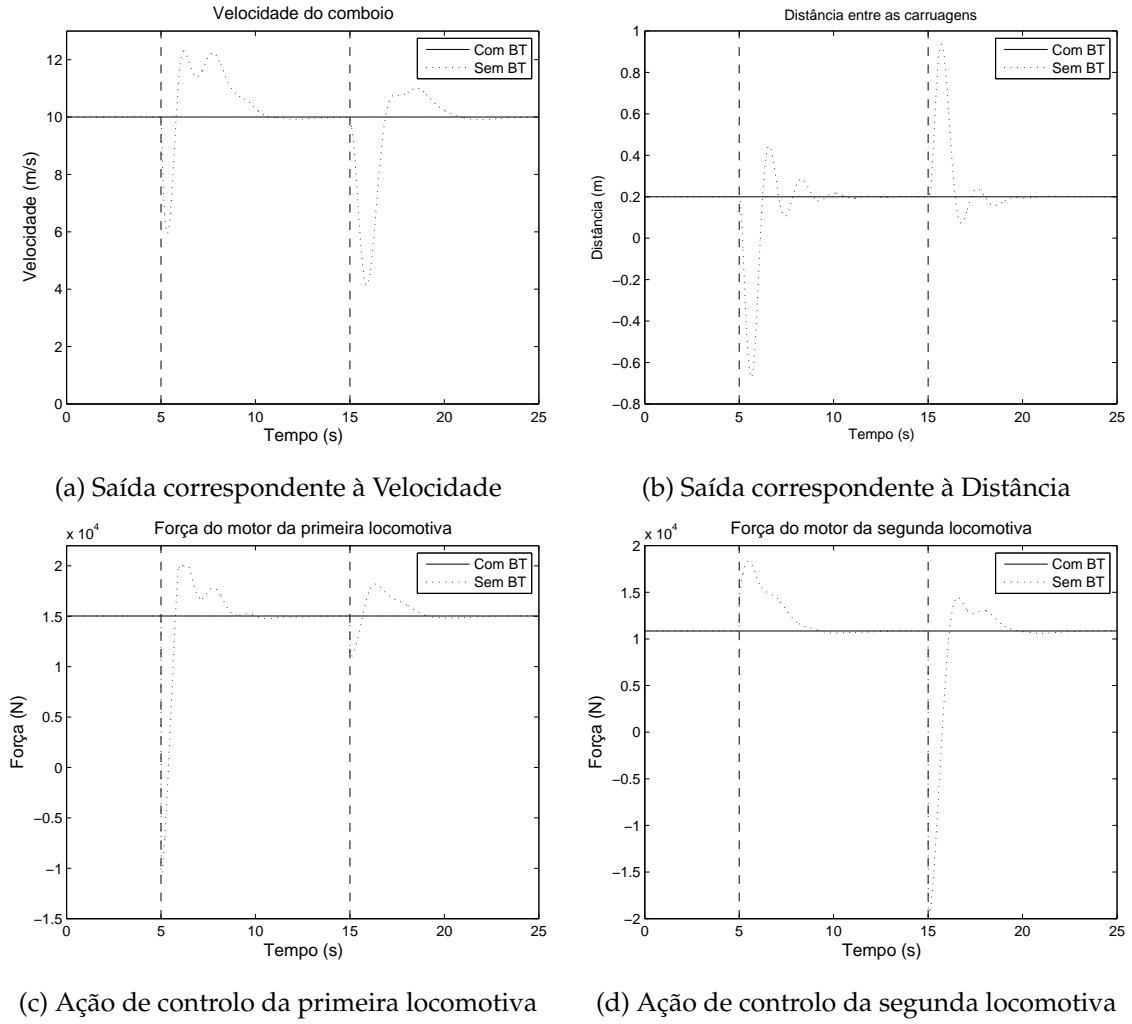


Figura 3.17: Respostas do sistema e ações de controlo, com e sem BT

Sem a estrutura de BT, cada comutação provoca descontinuidades em ambas as ações de controlo e, conseqüentemente, regimes transitórios abruptos nas saídas. Com a introdução da estrutura de BT, estes fatores são reduzidos e, visto todos os controladores terem efeito integral, não se regista qualquer alteração nas ações de controlo. Isto deve-se ao valor final das ações de controlo serem iguais para ambas as arquiteturas, devido ao efeito integral dos controladores. Assim, o *reset* aos estados dos novos controladores resulta nas mesmas ações de controlo anteriores às comutações, que correspondem já ao valor necessário.

### 3.5 Implementação do Sistema de Supervisão

A introdução de um sistema de supervisão baseado em UC requer também algum cuidado, devido ao controlo ser realizado por uma arquitetura. Assim, devido à existência

de dois controladores, existem dois índices de desempenho para cada arquitetura, pelo que a deteção de qual a que deve ser inserida no anel fechado se torna mais complexa.

### 3.5.1 Dinâmica em Anel Fechado

Para o cálculo dos índices de desempenho de cada controlador, é necessário o desenvolvimento de modelos, que representam a dinâmica pretendida para o sistema em anel fechado, para cada saída do sistema. Neste caso, é utilizado um comportamento pretendido inspirado no apresentado na figura 3.13, ou seja, o comportamento obtido com a utilização da arquitetura de controlo original. Na tabela 3.4 estão apresentados os valores de sobrelevação ( $s$ ) e tempo de estabelecimento a 1% ( $t_s$ ), registados nas respostas.

Tabela 3.4: Dados das respostas temporais com ambos os controladores

Resposta	$s[\%]$	$t_s$ (s)
Velocidade	7.4	6.14
Distância	119.3	6.2

Relativamente à velocidade, se a parte inicial do regime transitório for ignorada, o seu comportamento é semelhante ao de um sistema de 2ª ordem, sem zeros. Assim, foram obtidos os valores de tempo de estabelecimento a 1% e sobrelevação desta resposta, sendo estes usados para calcular os valores de fator de amortecimento ( $D$ ) e frequência natural ( $\omega_n$ ) do modelo. No entanto, visto o anel fechado não ser exatamente um sistema de 2ª ordem, foi necessário um ajuste dos valores resultantes, de forma a aproximar o comportamento do modelo ao do anel fechado. Os valores resultantes estão apresentados na tabela 3.5, e são usados para determinar a função de transferência (3.15) ( $H_v$ ). A comparação entre o modelo gerado e o comportamento obtido em anel fechado está apresentada na figura 3.18.

Tabela 3.5: Dados para construção do modelo de velocidade

Dados	$D$	$\omega_n$ (rad/s)
Valor	0.638	1

$$H_v(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n + \omega_n^2} = \frac{1}{s^2 + 1,276s + 1} \quad (3.15)$$

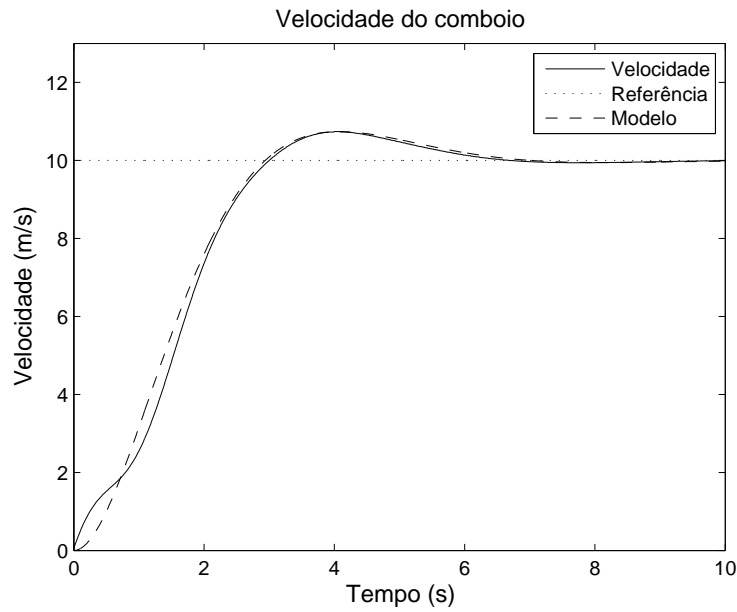


Figura 3.18: Comparação entre sistema e modelo de velocidade

Relativamente à distância, o seu comportamento assemelha-se ao de um sistema de 2ª ordem, com um zero, com atenuação das oscilações após o pico. Por experimentação, verifica-se que é necessária a introdução de um pólo extra, ou seja, o modelo é constituído por três pólos e um zero. Através da resposta, foram obtidos os valores de fator de amortecimento e frequência natural do modelo. Recorrendo à figura 3.19 foi obtido o valor do parâmetro  $\alpha$  e, finalmente, através de experimentação, foi obtido o valor do pólo adicional. Os valores resultantes estão apresentados na tabela 3.6, e são usados para determinar a função de transferência (3.16) ( $H_d$ ). A comparação entre o modelo gerado e o comportamento obtido em anel fechado está apresentada na figura 3.20.

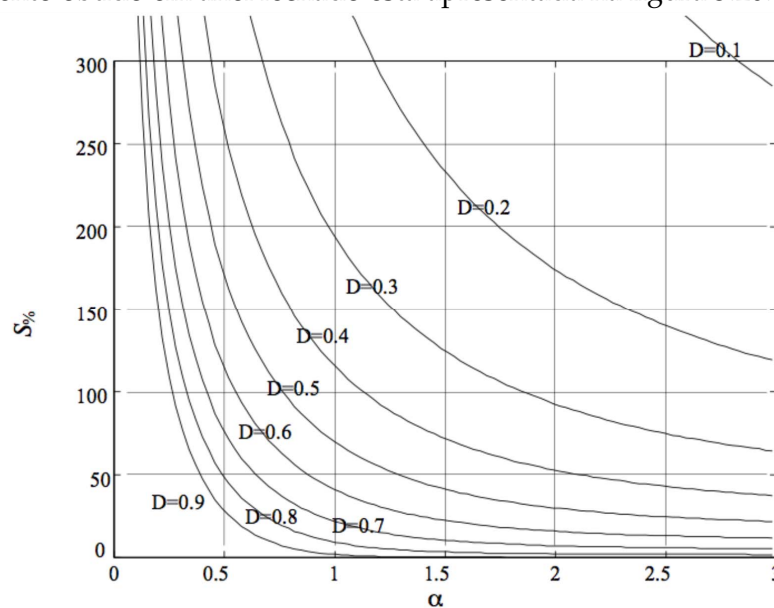


Figura 3.19: Relação entre  $\alpha$ ,  $D$  e  $s[\%]$ , em sistemas de 2ª ordem, com zero

Tabela 3.6: Dados para construção do modelo de distância

Dados	$D$	$\omega_n$ (rad/s)	$\alpha$	$p_e$ (rad/s)
Valor	0.8	2	0.265	4

$$H_d(s) = \frac{\omega_n^2 \left( \frac{s}{\alpha D \omega_n} + 1 \right)}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \frac{|p_e|}{s + p_e} = \frac{37,74s + 16}{s^3 + 7,2s^2 + 16,8s + 16} \quad (3.16)$$

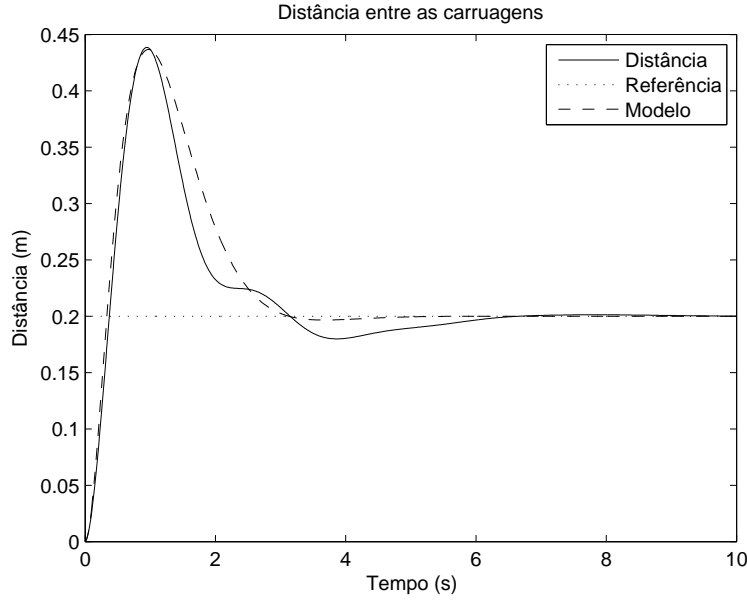


Figura 3.20: Comparação entre sistema e modelo de distância

Apesar do modelo de anel fechado relativo à distância apresentar diferenças significativas nas oscilações, o erro é aceitável, pelo que foi mantido. Ambos os modelos apresentam ganho unitário, devido a todos os controladores terem efeito integral.

### 3.5.2 Estudo da Função de Desempenho

A função de desempenho utilizada neste trabalho já foi abordada e implementada, estando de novo apresentada na equação (3.17).

$$V(\tilde{r}, u, \tilde{e}, k) = \begin{cases} \frac{\|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k}{\|\tilde{r}(\tau)\|_k} & \text{se } \|\tilde{r}(\tau)\|_k \neq 0 \\ \infty & \text{se } \|\tilde{r}(\tau)\|_k = 0 \text{ e } \|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k \neq 0 \\ 0 & \text{se } \|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda\|u(\tau)\|_k = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Tendo em conta o tempo de amostragem do sistema e o tempo de estabelecimento



máximo dos anéis fechados ( $t_s = 10$  s), pretende-se que sejam utilizados 20 segundos para o cálculo dos índices de desempenho, ou seja, 2000 amostras. Este valor é escolhido de forma a ter em conta instantes anteriores a possíveis regimes transitórios. Assim, recorrendo de novo à equação (2.16), obteve-se o valor de fator de esquecimento  $\rho = 0,9977$ .

Visto as referências utilizadas terem ordens de grandeza distintas, é usada uma constante  $\lambda$  diferente para o cálculo de cada índice de desempenho, de forma que a norma da ação de controlo possa ser ajustada para cada um. Para além disto, esta função está definida para sistemas com proporções constantes entre os sinais de referência, ação de controlo e saída do processo. Assim, é necessário algum cuidado na aplicação a este sistema, devido às dependências entre as saídas. Os valores foram determinados por experimentação, com o sistema em configuração SISO, visto verificar a condição referida. Estes foram fixos em  $\lambda_v = 0,005$  e  $\lambda_d = 0,0001$ , para os parâmetros referentes aos controladores de velocidade e distância, respetivamente, de forma que a norma da ação de controlo esteja na mesma ordem de grandeza da norma do erro para cada saída.

### 3.5.2.1 Funcionamento SISO

Para analisar os resultados da utilização da função de desempenho neste sistema, foram realizadas duas experiências em configuração SISO. Os parâmetros das experiências são os seguintes:

- A primeira experiência tem apenas o controlador de velocidade, enquanto a segunda tem apenas o controlador de distância.
- A duração das experiências é de 50 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 3.7. Estes foram estabelecidos de forma a não existir saturação das ações de controlo.
- Ambas as experiências são realizadas com a arquitetura de controlo normal.
- São efetuadas as comutações de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$  e  $P_2 \rightarrow P_1$ , nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 35$  s, respetivamente.

Tabela 3.7: Referências para teste da estrutura de UC

Saída	Primeiro		Segundo	
	Velocidade (m/s)	Distância (m)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	6	0.2	4	0.5

As respostas do sistema e índices de desempenho de cada controlador estão apresentados nas figuras 3.21 e 3.22, relativos aos anéis fechados com os controladores de velocidade e distância, respetivamente.

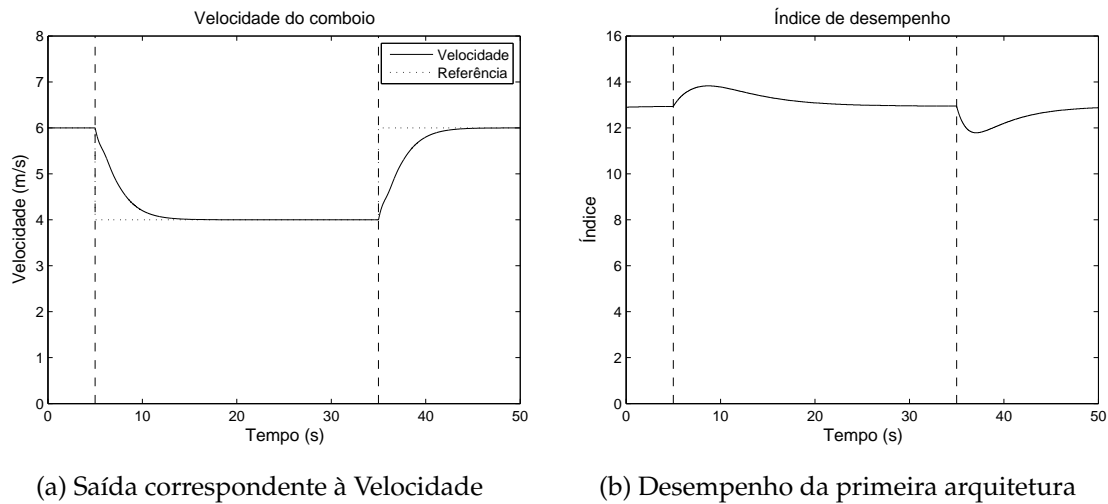


Figura 3.21: Respostas do sistema, em configuração SISO, com controlador de velocidade

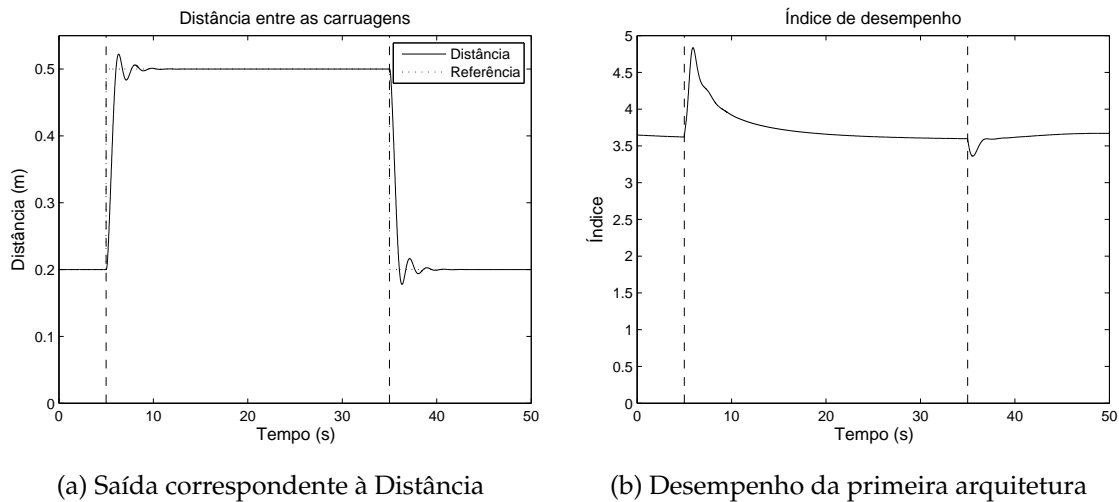


Figura 3.22: Respostas do sistema, em configuração SISO, com controlador de distância

Destas respostas podem-se retirar as seguintes conclusões:

- No sistema em configuração SISO, a proporção entre a ação de controlo e a referência do sistema mantém-se constante, no caso de alteração do sinal de referência. Resulta que a proporção entre as respetivas normas também se mantém constante.
- Devido ao efeito integral dos controladores, os erros fictícios tendem para zero em regime permanente, ou seja, a respetiva norma tende para zero.
- Devido aos aspetos acima, os índices de desempenho apresentam um regime transitório após a comutação dos sinais de referência. No entanto, estabilizam no mesmo valor anterior à comutação.

Pode-se concluir que, em funcionamento SISO, a função de desempenho apresenta os mesmos resultados, independentemente do ponto de funcionamento. Esta conclusão deixa de ser válida quando é atingida a saturação das ações de controlo, pois o erro fictício

dos controladores deixa de ser nulo e a proporção entre a ação de controlo e a referência é alterada.

### 3.5.2.2 Funcionamento MIMO

Ao considerar o sistema na sua configuração MIMO, as proporções entre os sinais de referência, ação de controlo e saída do processo deixam de ser constantes, e passam a existir dois índices de desempenho distintos, pelo que se pretende verificar se podem ser derivadas as mesmas conclusões que para o sistema em configuração SISO. Para isto, foi realizada uma experiência com os seguintes parâmetros:

- A duração da experiência é de 50 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 3.7. Estes foram estabelecidos de forma a não existir saturação das ações de controlo.
- A experiência é realizada com a arquitetura de controlo normal.
- São efetuadas as comutações de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$  e  $P_2 \rightarrow P_1$ , nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 30$  s, respetivamente.

As respostas do sistema e índices de desempenho de cada controlador da arquitetura estão apresentados na figura 3.23.

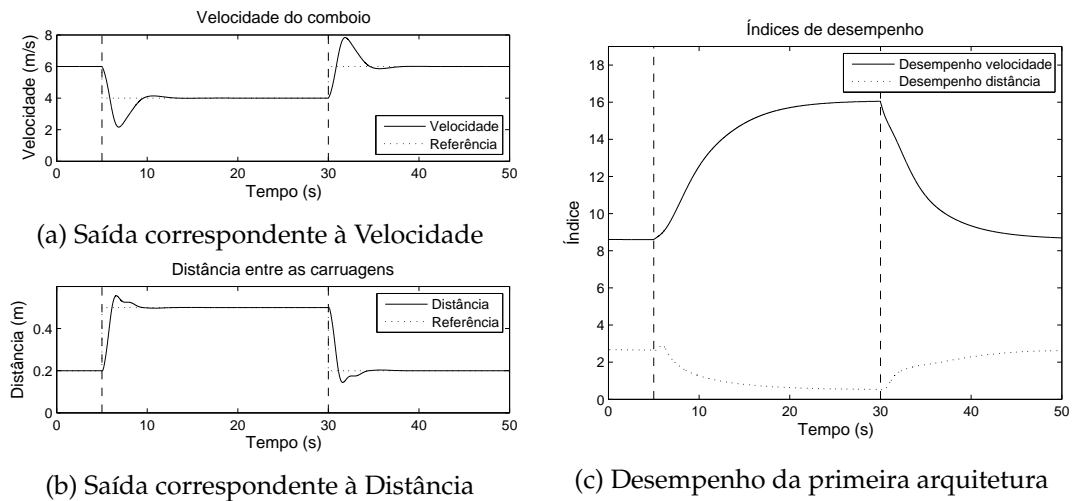


Figura 3.23: Respostas do sistema, com comutação de referências

Tendo o sistema em configuração MIMO, os índices de desempenho dos controladores apresentam valores finais diferentes para cada ponto de funcionamento. Isto deve-se à dependência entre as saídas do sistema, pois a alteração de uma das forças provoca alterações em ambas as saídas. Ou seja, a comutação do ponto de funcionamento provoca uma alteração da proporção entre a ação de controlo e a referência, assim como das respetivas normas.

Surge também o problema de selecionar qual a arquitetura de controlo a introduzir no anel fechado, devido à existência de dois índices de desempenho separados. Neste caso, a solução encontrada passa pelo ajuste da função de desempenho, de forma a combinar os índices e ter em conta a relação entre as saídas do sistema.

### 3.5.3 Extensão da Função de Desempenho

Considere-se a função de desempenho anterior, mas com a utilização de normas matriciais. Mais precisamente, o índice de desempenho é calculado a partir de ambos os controladores em cada arquitetura, em vez de individualmente para cada controlador. Para isto, os sinais recolhidos do funcionamento do sistema são agrupados em vetores coluna, resultando na função de desempenho (3.18).

$$V(\tilde{\mathbf{r}}, \mathbf{u}, \tilde{\mathbf{e}}, k) = \begin{cases} \frac{\|\tilde{\mathbf{e}}(\tau)\|_k + \lambda \|\mathbf{u}(\tau)\|_k}{\|\tilde{\mathbf{r}}(\tau)\|_k} & \text{se } \|\tilde{\mathbf{r}}(\tau)\|_k \neq 0 \\ \infty & \text{se } \|\tilde{\mathbf{r}}(\tau)\|_k = 0 \text{ e } \|\tilde{\mathbf{e}}(\tau)\|_k + \lambda \|\mathbf{u}(\tau)\|_k \neq 0 \\ 0 & \text{se } \|\tilde{\mathbf{e}}(\tau)\|_k + \lambda \|\mathbf{u}(\tau)\|_k = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

Os vetores  $\mathbf{u}$ ,  $\tilde{\mathbf{e}}$  e  $\tilde{\mathbf{r}}$  representam, respetivamente, o conjunto das ações de controlo, dos erros fictícios e das referências fictícias de cada arquitetura de controlo. Para a arquitetura normal, estas são dadas pelo conjunto de expressões (3.19).

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} F_1(k) \\ F_2(k) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{e}}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{e}_v(k) \\ \tilde{e}_d(k) \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{r}}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{r}_v(k) \\ \tilde{r}_d(k) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Neste trabalho, considera-se que a norma matricial de um qualquer conjunto de sinais é dado pela equação (3.20), sendo que a multiplicação dos sinais é substituído pelo produto interno dos vetores coluna. Apesar da utilização de vetores, não é necessária nenhuma transposição, pois não tem nenhum efeito sobre o resultado do produto interno.

$$\|\mathbf{x}(k)\| = \sqrt{\sum_{\tau=0}^k \rho^\tau \times [\mathbf{x}(\tau) \cdot \mathbf{x}(\tau)]} \quad (3.20)$$

Apesar de neste trabalho não ser utilizado, é possível introduzir uma matriz de pesos no cálculo desta norma. Isto permite dar mais importância a certos sinais, de forma que estes tenham maior reflexão no índice de desempenho.

Visto ser calculado apenas um índice de desempenho, passa a existir apenas um parâmetro  $\lambda$ . Este foi calculado por experimentação, com o objetivo da norma respetiva à ação de controlo estar na mesma ordem de grandeza das restantes, tendo sido fixo no valor  $\lambda = 0,005$ . Não existe nenhuma alteração do funcionamento do sistema, pelo que é mantido o valor do fator de esquecimento, ou seja,  $\rho = 0,9977$ .

Para verificar o funcionamento desta nova função de desempenho, foi realizada uma experiência com os mesmos parâmetros da anterior. As respostas do sistema e o índice de desempenho da arquitetura estão apresentados na figura 3.24.

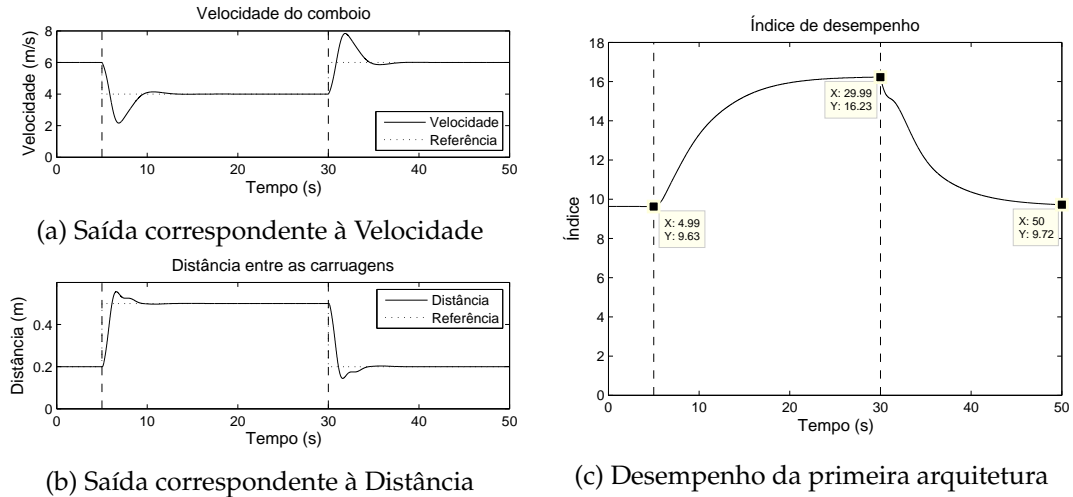


Figura 3.24: Respostas do sistema, com nova função de desempenho

O índice de desempenho apresenta um comportamento diferente do pretendido, ou seja, com a alteração dos sinais de referência, existe uma alteração no valor final do índice. No entanto, esta função de desempenho resolve o problema da escolha de qual das arquiteturas deve ser inserida no anel fechado, ao apresentar apenas um índice.

### 3.6 Teste de Controladores com Efeito Integral

Para analisar o funcionamento da estrutura de UC com a nova função de desempenho, pretende-se introduzir falhas no sistema. O objetivo passa por obter diferentes dinâmicas, que possam ser usadas para verificar se o sistema de supervisão é capaz de detetar qual a melhor arquitetura de controlo.

#### 3.6.1 Problema de Ganho Estático

Considera-se uma perda de potência no motor da primeira locomotiva, ou seja, o motor passa a produzir apenas metade da força pretendida. Esta falha pode ser considerada como a diminuição do ganho estático da primeira entrada do sistema para metade, dando origem ao sistema apresentado na figura 3.25. Surge a distinção entre ação de controlo e força produzida pelos motores, que até este ponto representavam o mesmo sinal.

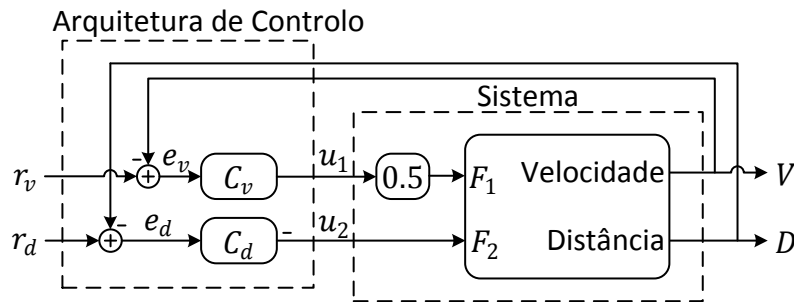


Figura 3.25: Arquitetura de controlo com falha de ganho

Num contexto real, esta diminuição de ganho estático representaria a necessidade de aplicar o dobro da referência ao motor, de forma a produzir a mesma força. No entanto, isto exige algum cuidado devido às saturações já discutidas anteriormente.

Para observar os efeitos introduzidos por esta falha, foi realizada uma experiência com os seguintes parâmetros:

- A duração da experiência é de 20 segundos.
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente, com o primeiro ponto de funcionamento apresentado na tabela 3.8. Este foi escolhido de forma a atingir a saturação das ações de controlo com a introdução da falha.
- A experiência é realizada com a arquitetura de controlo normal.
- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ) e a arquitetura com troca como arquitetura 2 ( $A_2$ ).
- A falha de ganho é introduzida no instante  $t = 5$  s.

Tabela 3.8: Referências para o problema de ganho

Saída	Primeiro		Segundo	
	Velocidade (m/s)	Distância (m)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	6	0.2	6	0.1

As respostas do sistema, ações de controlo e os índices de desempenho das duas arquiteturas de controlo estão apresentados na figura 3.26.

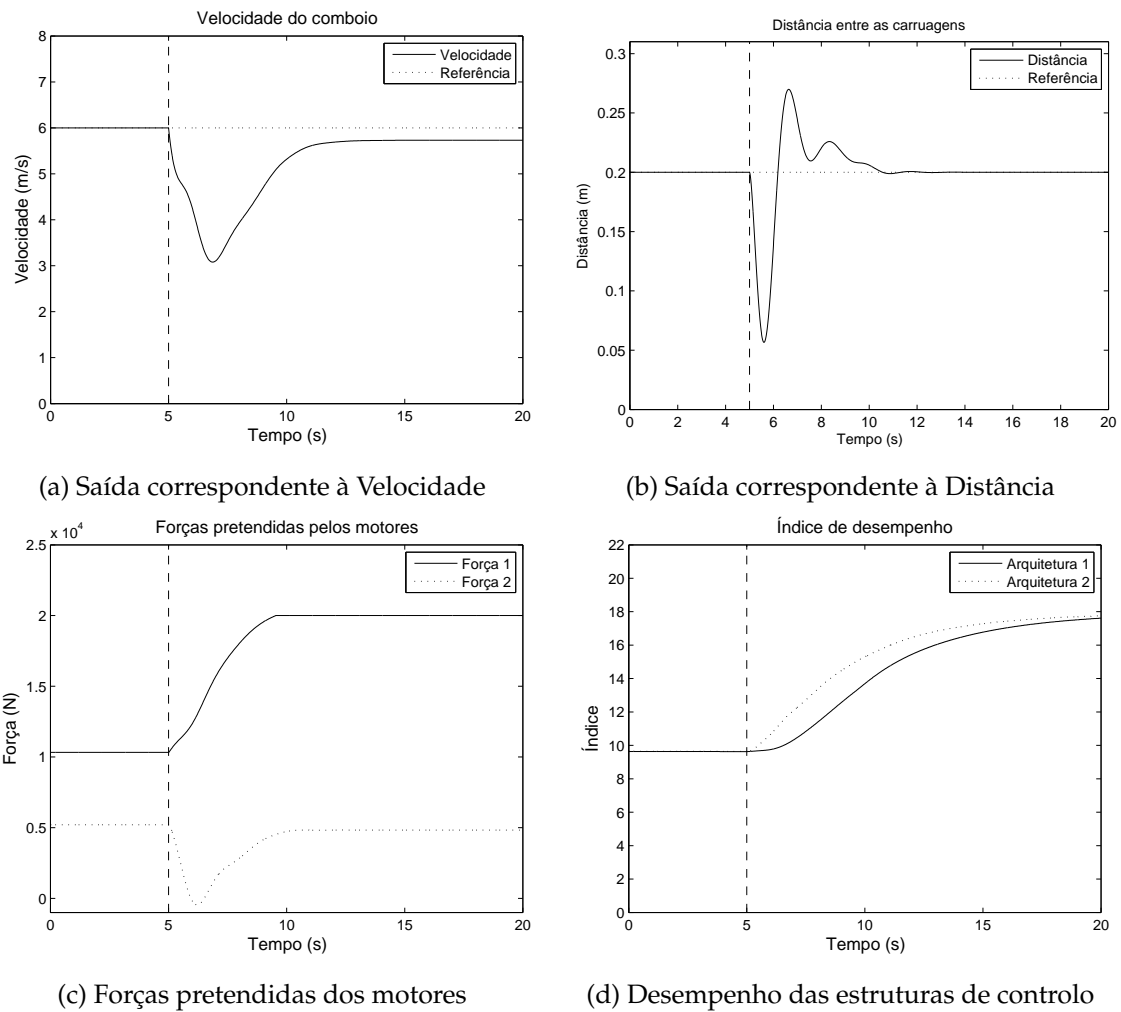


Figura 3.26: Respostas do sistema, com falha de ganho

A introdução da falha provoca uma diminuição brusca na velocidade e, consequentemente, da distância entre as carruagens, pois a primeira locomotiva trava e a segunda continua a avançar. A reação dos controladores provoca a saturação da ação de controlo relativa à primeira locomotiva, impedindo a produção de força suficiente para a velocidade acompanhar o sinal de referência.

Para atingir o mesmo valor de referência, é necessário o aumento da ação de controlo, ou seja, a proporção entre as duas grandezas é alterada. Aliado ao fato da existência de erro estático, é provocado um aumento nos índices de desempenho, mesmo sem a alteração de controladores ou de sinais de referência. Esta análise pode ser realizada para ambas as arquiteturas, sendo que ambos os índices estabilizam no mesmo valor.

Devido às saturações impostas às ações de controlo, nenhuma das arquiteturas permite acompanhar ambos os sinais de referência. Assim, a solução deste problema de ganho passa pela alteração dos sinais de referência, de forma a evitar a saturação. Para verificar esta solução, foi realizada uma experiência com os seguintes parâmetros:

- A duração da experiência é de 25 segundos.

- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ) e a arquitetura com troca como arquitetura 2 ( $A_2$ ).
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente com a arquitetura  $A_1$ , e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 3.8. Estes foram escolhidos de forma que, com a introdução da falha, o primeiro ponto apresente saturação, mas o segundo não apresente.
- A falha de ganho é introduzida no instante  $t = 5$  s.
- É efetuada a comutação de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$  no instante  $t = 15$  s.

As respostas do sistema, ações de controlo e os índices de desempenho das duas arquiteturas de controlo estão apresentados na figura 3.27.

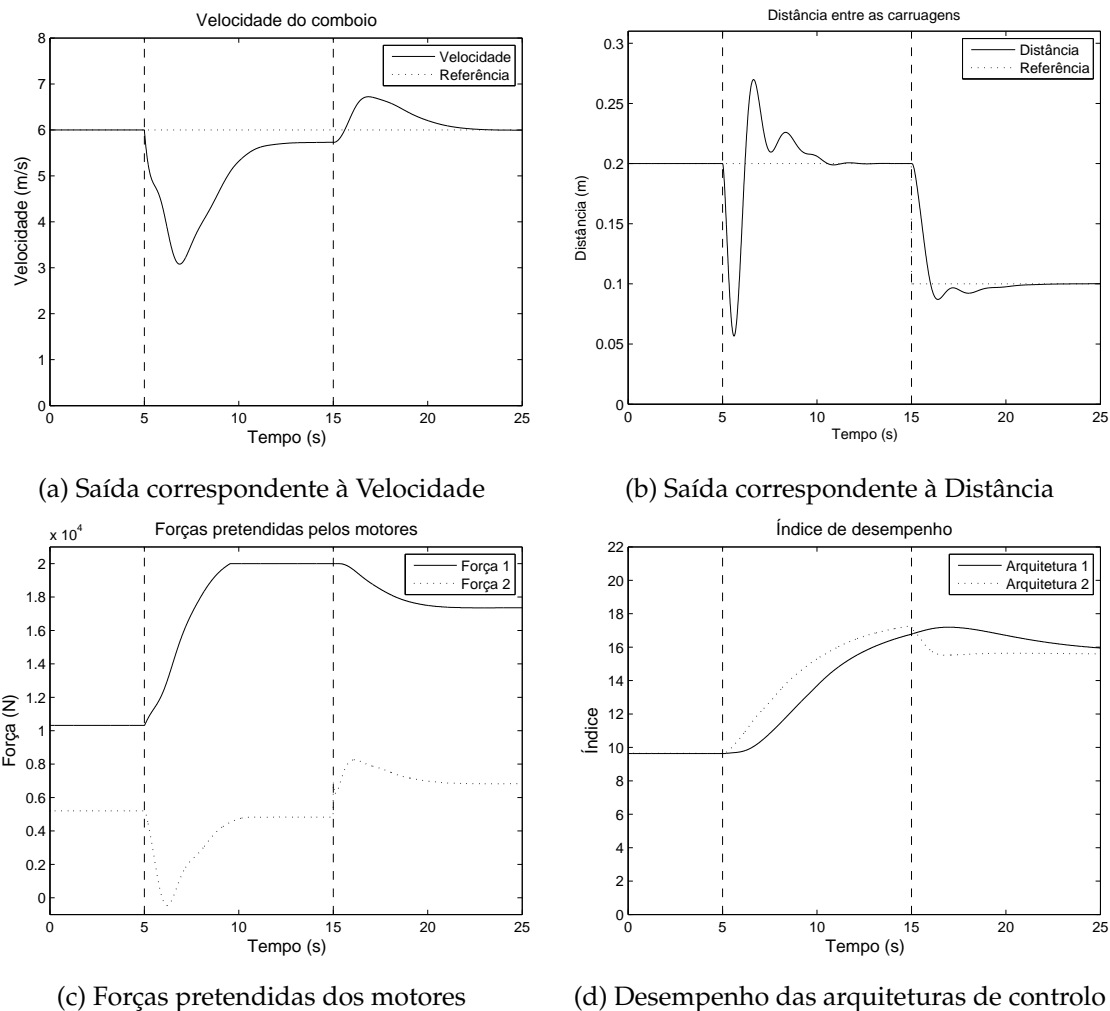


Figura 3.27: Respostas do sistema com falha de ganho, com comutação de referências

A comutação dos sinais de referência após a perda de potência no motor revela-se uma boa solução, permitindo que as saídas do sistema acompanhem as respetivas referências. Sendo que a diminuição da distância entre as carruagens implica a produção



de mais força pelo motor da segunda locomotiva, é necessária menos força por parte do motor da primeira locomotiva, de modo a manter a velocidade do comboio.

Visto a solução consistir na comutação de sinais de referência, e não na comutação de arquiteturas de controlo, é necessária uma falha de natureza diferente para testar a estrutura de UC.

### 3.6.2 Problema de Constante de Tempo

Considera-se agora que o motor da primeira locomotiva deixa de produzir imediatamente a força pretendida, ou seja, existe um tempo de aceleração/desaceleração do motor. Apesar de ser uma característica de um sistema real, esta consiste numa alteração da dinâmica inicial, pelo que é considerada como falha. Esta pode corresponder à introdução de um sistema de 1ª ordem, com ganho estático unitário, em série com a entrada respetiva à primeira locomotiva, dando origem ao sistema da figura 3.28.

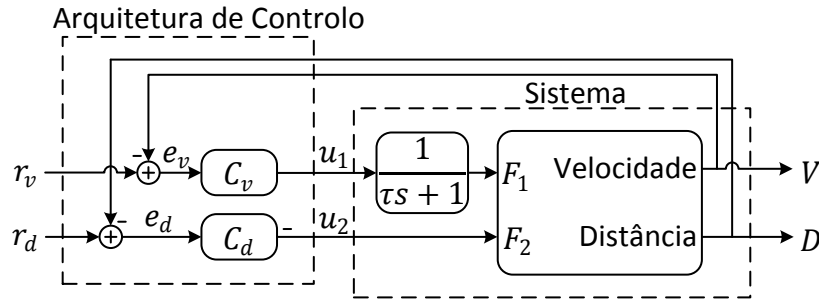


Figura 3.28: Arquitetura de controlo com falha de constante de tempo

Neste caso, é introduzido no sistema um pólo com frequência de 1 rad/s, ou seja,  $\tau = 1$  s, de forma que este seja um pólo dominante, resultando no sistema de 1ª ordem da equação (3.21).

$$G(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (3.21)$$

Para observar os efeitos introduzidos por esta falha, foram realizadas duas experiências com os seguintes parâmetros:

- A primeira experiência não tem a introdução de falha, enquanto a segunda já tem a introdução.
- A duração da experiência é de 25 segundos.
- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ) e a arquitetura com troca como arquitetura 2 ( $A_2$ ).
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente com a arquitetura  $A_1$ , e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 3.8. Estes foram escolhidos de forma a não existirem saturações nas ações de controlo.

- É efetuada a comutação de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$  no instante  $t = 5$  s.

Tabela 3.9: Referências para o problema de constante de tempo

Saída	Primeiro		Segundo	
	Velocidade (m/s)	Distância (m)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	6	0.2	4	0.5

As respostas do sistema, ações de controlo e índices de desempenho das duas arquiteturas de controlo estão apresentados na figura 3.29.

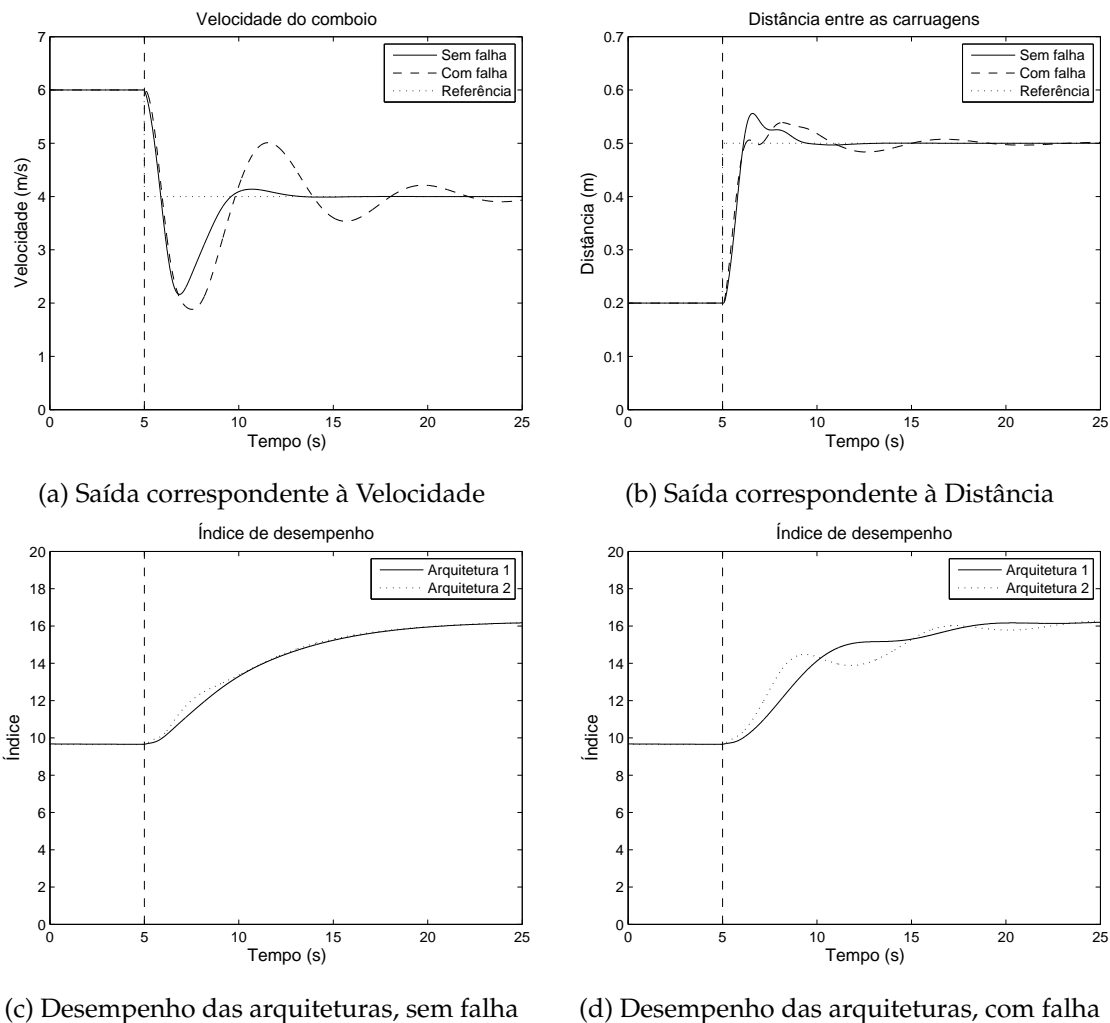


Figura 3.29: Respostas do sistema, com falha de constante de tempo

A introdução da falha resulta num regime transitório mais lento para a velocidade, dando origem a maior sobrelevação e tempo de estabelecimento na sua resposta. Isto provoca um aumento do tempo de estabelecimento da distância, devido às oscilações na velocidade. No entanto, apesar das diferenças no regime transitório, o funcionamento em regime permanente é idêntico, apresentando o mesmo valor final.

Os desempenhos das arquiteturas de controlo nas duas experiências apresentam um comportamento semelhante, ou seja, os índices são diferentes no transitório, mas tendem para o mesmo valor final. Apesar dos índices respetivos ao sistema com falha apresentarem mais oscilação no regime transitório, o seu valor final é idêntico ao dos índices sem a aplicação da falha. Assim, caso o índice de desempenho da arquitetura  $A_2$  seja significativamente menor no regime transitório, pode ser efetuada a comutação de arquiteturas de controlo, apesar do efeito em regime permanente não ser alterado.

Pode-se concluir que, em situações nominais, a introdução desta falha só é relevante após uma comutação de sinais de referência. Assim, não é necessária uma comutação, quer de arquiteturas de controlo, quer dos próprios sinais de referência, para que as saídas acompanhem as referências. Em regime permanente, ambas as arquiteturas de controlo resultam no mesmo índice de desempenho, ou seja, a solução para esta falha não passa pela comutação de arquiteturas de controlo.

### 3.6.3 Análise de Controladores com Efeito Integral

A solução para os problemas apresentados consiste em efetuar a comutação de sinais de referência, e não de arquiteturas de controlo. Este fato deriva de se verificar que os índices de desempenho de ambas as arquiteturas tendem para o mesmo valor final.

De forma a compreender estes resultados, pretende-se analisar o processo de cálculo dos índices de desempenho. Recorrendo à estrutura PI apresentada, sabe-se que os controladores assumem a função de transferência em tempo discreto apresentada em (3.22).

$$C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{az + b}{z - 1} \quad (3.22)$$

As constantes reais  $a$  e  $b$  são obtidas através dos ganhos do controlador, mas não influenciam o resultado. Para o cálculo do índice de desempenho, é usado o modelo inverso do controlador, de forma a determinar o sinal de referência fictício. O modelo inverso corresponde à função de transferência (3.23).

$$C^{-1}(z) = \frac{E(z)}{U(z)} = \frac{z - 1}{az + b} \quad (3.23)$$

Devido ao controlador ter efeito integral, o seu modelo inverso tem efeito derivador. Assim, caso o sistema não esteja sujeito a ruído, em regime permanente os sinais provenientes do modelo inverso são constantes e, consequentemente, o índice de desempenho é também constante. Matematicamente, este efeito está descrito na equação (3.24).

$$u(k-1) = u(k) = cte, \Rightarrow \begin{cases} \tilde{r}(k-1) = \tilde{r}(k) = cte, \\ \tilde{e}(k-1) = \tilde{e}(k) = cte, \\ \tilde{y}(k-1) = \tilde{y}(k) = cte, \end{cases} \Rightarrow V(\tilde{r}, u, \tilde{e}, k) = cte, \quad (3.24)$$

Para ser possível determinar qual a arquitetura de controlo que deve ser inserida no anel fechado, o valor final dos índices de desempenho devia ser distinto. Na estrutura apresentada, os controladores em tempo contínuo não possuem zeros de fase não mínima. A sua discretização é realizada através do método ZOH, pelo que se pode concluir que os controladores em tempo discreto também não possuem zeros de fase não mínima. Assim, os modelos inversos dos controladores não têm pólos instáveis. Resulta que, com ação de controlo constante, o erro produzido pelo modelo inverso do controlador tende para zero. Este efeito é idêntico caso exista erro estático na saída do sistema (devido a saturações), pelo que uma ação de controlo constante provoca sempre um sinal de erro fictício a tender para zero, devido ao efeito derivador do modelo inverso.

Recorrendo de novo ao diagrama de blocos da figura 2.4 e aos fatos anteriores, pode-se derivar o seguinte raciocínio para o funcionamento em regime permanente:

- Considera-se que o erro produzido pelo modelo inverso do controlador tem a designação de  $e_c(k)$ .
- Visto que  $\tilde{r}(k) = e_c(k) + y(k)$  e  $e_c(k) \rightarrow 0$ , resulta  $\tilde{r}(k) \approx y(k)$ .
- Sendo que os modelos que representam a dinâmica em anel fechado têm ganho estático unitário, tem-se  $\tilde{r}(k) = \tilde{y}(k)$ .
- Logo,  $\tilde{y}(k) \approx y(k)$  e o erro fictício será  $\tilde{e}(k) = \tilde{y}(k) - y(k) \approx 0$ .
- Resulta que, para este sistema,  $\tilde{e}(k) < u(k)$  e, consequentemente,  $\|\tilde{e}(\tau)\|_k < \lambda \|u(\tau)\|_k$ . Mesmo com um valor  $\lambda$  muito pequeno, a norma do erro fictício é desprezável face à norma da ação de controlo, pois aproxima-se de zero.
- Finalmente, o cálculo do índice de desempenho pode ser resumido na equação (3.25).

$$V(\tilde{r}, u, \tilde{e}, k) = \frac{\|\tilde{e}(\tau)\|_k + \lambda \|u(\tau)\|_k}{\|\tilde{r}(\tau)\|_k} \approx \frac{\lambda \|u(\tau)\|_k}{\|\tilde{r}(\tau)\|_k} \quad (3.25)$$

Resulta que os dois controladores, em regime permanente, apresentam a mesma referência fictícia, devido ao efeito integral. Visto a ação de controlo e ganho estático das dinâmicas de anel fechado serem comuns a ambos os controladores, estes terão associado o mesmo valor final de índice de desempenho.

Os controladores de cada arquitetura, associados ao mesmo sinal de saída, respeitam individualmente as conclusões retiradas, ou seja, apresentam o mesmo índice de desempenho. A diferença entre as arquiteturas de controlo consiste na troca dos controladores associados a cada sinal de saída, pelo que os vetores  $\tilde{r}$ ,  $u$  e  $\tilde{e}$  diferem apenas na ordem dos seus valores. As normas matriciais destes vetores são calculadas com base no produto interno, ou seja, a ordem em que os valores estão apresentados é irrelevante, resultando em valores de norma idênticos. Matematicamente, este fato pode ser visualizado na equação (3.26), para os sinais de erro fictício das duas arquiteturas de controlo.

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1(k) &= \begin{bmatrix} \tilde{e}_{v1}(k) \\ \tilde{e}_{d1}(k) \end{bmatrix} \\ \tilde{e}_2(k) &= \begin{bmatrix} \tilde{e}_{d2}(k) \\ \tilde{e}_{v2}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{e}_{v1}(k) = \tilde{e}_{v2}(k) \\ \tilde{e}_{d1}(k) = \tilde{e}_{d2}(k) \end{cases} \Rightarrow \|\tilde{e}_1(\tau)\|_k = \|\tilde{e}_2(\tau)\|_k \quad (3.26)$$

Pode-se concluir que, em regime permanente, o valor das normas  $\|\tilde{e}(\tau)\|_k$ ,  $\|u(\tau)\|_k$  e  $\|\tilde{r}(\tau)\|_k$  é idêntico para ambas as arquiteturas de controlo, resultando em índices de desempenho iguais. Assim, não é possível conciliar o conceito de UC com a utilização de controladores com efeito integral, pois estes impossibilitam a deteção de qual a melhor arquitetura de controlo, devido a todas saídas acompanharem os sinais de referência. Este fato mantém-se para sistemas com ruído, pois os índices de desempenho são calculados através de diversas amostras, estabilizando em valores idênticos. No entanto, esta conclusão só é válida se for utilizado fator de esquecimento, pois caso não exista esquecimento, o valor dos índices de desempenho são distintos devido aos regimes transitórios.

### 3.7 Teste de Controladores sem Efeito Integral

De forma a anular o problema associado à utilização de controladores com efeito integral, pretende-se utilizar controladores sem este efeito. São mantidas as arquiteturas de controlo já estudadas, ou seja, a arquitetura normal e a com a troca de controladores, ambas constituídas por dois controladores. Espera-se que, com os novos controladores, seja possível aplicar o conceito de UC.

#### 3.7.1 Desenvolvimento de Controladores

Para o desenvolvimento dos controladores, é necessário definir o comportamento pretendido para os anéis fechados. Estes foram escolhidos de forma a obter separação de largura de banda entre os anéis fechados, para minimizar as interferências entre as saídas. Assim, as especificações traduzem-se na margem de fase ( $MF$ ), tempo de estabelecimento a 1% ( $t_s$ ) e percentagem de erro estático. Estes valores estão apresentados na tabela 3.10, assim como o valor de largura de banda ( $\omega_{LB}$ ) correspondente ao tempo de estabelecimento.

Tabela 3.10: Especificações para estrutura sem efeito integral

Dados	$MF$ (°)	$t_s$ (s)	Erro (%)	$\omega_{LB}$ (rad/s)
Velocidade	60	15	5	0.567
Distância	60	5	10	1.702

Pretende-se utilizar controladores de 2ª ordem, constituídos por dois pólos e um zero. Estes foram escolhidos de forma a utilizar os controladores de menor ordem, que possibilitassem o cumprimento dos objetivos de controlo. Assim, estes podem ser descritos pela função de transferência em tempo contínuo (3.27), com ganho estático  $K$ , pólos  $p_1$  e

$p_2$ , e zeros  $z_1$  e  $z_2$ .

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \left| \frac{p_1 p_2}{z_1} \right| \frac{(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (3.27)$$

Surge imediatamente um problema na implementação da estrutura de UC pois, visto a ordem do denominador ser maior que a do numerador, os controladores não são *causally-left-invertible*. Neste caso, foi introduzido um zero de alta frequência, de forma a solucionar o problema, mas não influenciar significativamente o comportamento do controlador.

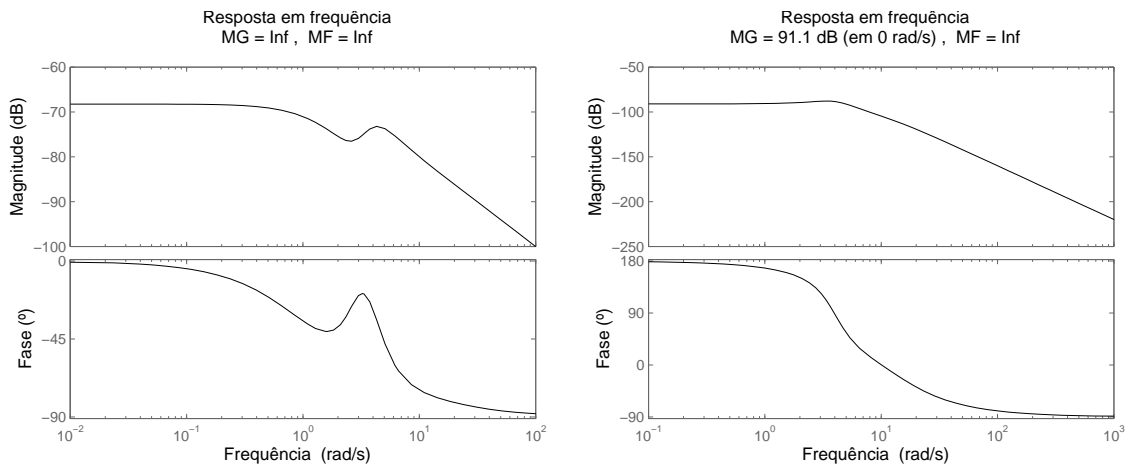
O efeito do zero será tanto menor, quanto mais próxima estiver a sua frequência de metade da frequência de amostragem. No entanto, se a frequência do zero for demasiado elevada, o controlador em tempo discreto pode conter zeros de fase não mínima. Neste caso, o modelo inverso do controlador torna-se instável, não sendo possível aplicar o conceito de UC. A frequência de amostragem está apresentada na equação (3.28).

$$\omega_a = 2\pi \frac{1}{t_a} = 200\pi \text{ rad/s} \quad (3.28)$$

O valor do zero adicional foi determinado por experimentação, sendo fixo em  $z_a = 100 \text{ rad/s}$ . Mantendo o ganho estático do controlador, a sua estrutura final está apresentada na equação (3.29).

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \left| \frac{p_1 p_2}{z_a z_1} \right| \frac{(s + z_a)(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (3.29)$$

A determinação dos pólos e do zero dos controladores foi realizada por experimentação, recorrendo à resposta em frequência do sistema. Neste caso, foram retiradas duas respostas, uma que relaciona a força da primeira locomotiva com a velocidade, e outra que relaciona a força da segunda locomotiva com a distância entre as carruagens, estando os resultados apresentadas na figura 3.30.



(a) Resposta em frequência relativa à velocidade (b) Resposta em frequência relativa à distância

Figura 3.30: Resposta em frequência do sistema

### Projeto da Arquitetura Normal

Como primeira arquitetura de controlo, considere-se a arquitetura normal apresentada na figura 3.9. Nesta é utilizada a força da primeira locomotiva para controlar a velocidade, e a da segunda locomotiva para controlar a distância entre as carruagens.

Recorrendo às respostas em frequência do sistema, foram obtidos os dados dos controladores apresentados na tabela 3.11, assim como os valores de  $MF$  e  $\omega_{LB}$  obtidos em anel fechado. A partir destes, foram obtidas as funções de transferência dos controladores, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. Os controladores resultantes estão apresentados na equação (3.30). As respectivas respostas em frequência dos ganhos de malha de cada saída, com o controlador respetivo, em tempo discreto, estão apresentadas na figura 3.31.

Tabela 3.11: Dados dos controladores para a arquitetura normal

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$z_1$ (rad/s)
$C_v$	60	0.564	49156.8	0.078	0.109	0.275
$C_d$	60	1.7	322740	0.32	0.552	1.23

$$C_v(z) = \left[ \begin{array}{cc|c} 1,9981 & -0,9981 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 15,2653 & -15,2238 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 15,2458 \end{array} \right]_F \quad (3.30)$$

$$C_d(z) = \left[ \begin{array}{cc|c} 1,9917 & -0,9917 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 472,2855 & -466,91 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 166,3403 \end{array} \right]_F$$

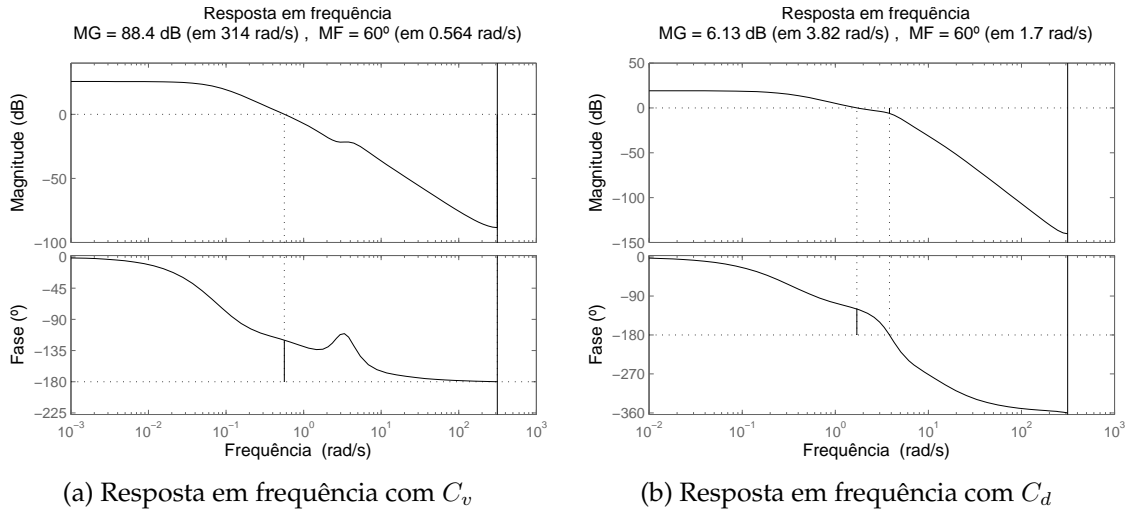
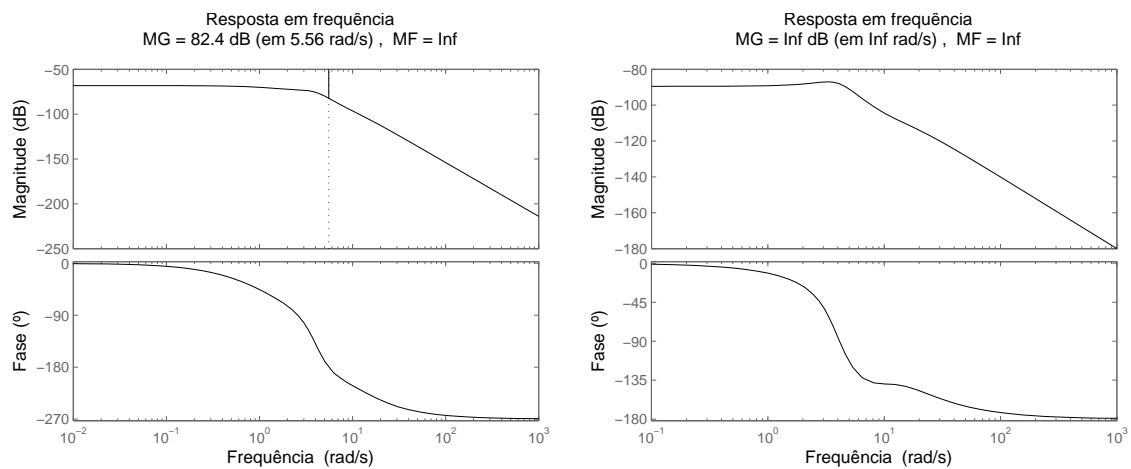


Figura 3.31: Resposta em frequência dos ganhos de malha

### Projeto da Arquitetura com Troca de Controladores

Como segunda arquitetura de controlo, considere-se a arquitetura com troca de controladores apresentada na figura 3.14. Nesta é utilizada a força da segunda locomotiva para controlar a velocidade, e a da primeira locomotiva para controlar a distância entre as carruagens.

Para esta arquitetura, a dinâmica do sistema é diferente da anterior. Assim, as respostas em frequência de ambas as saídas do sistema são distintas, e estão apresentadas na figura 3.32.



(a) Resposta em frequência relativa à velocidade (b) Resposta em frequência relativa à distância

Figura 3.32: Resposta em frequência do sistema com troca de controladores

Recorrendo às novas respostas em frequência, foram obtidos os dados dos controladores apresentados na tabela 3.12, assim como os valores de  $MF$  e  $\omega_{LB}$  obtidos em anel fechado. A partir destes, foram obtidas as funções de transferência dos controladores, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. Os controladores resultantes estão apresentados na equação (3.31). As respectivas respostas em frequência dos ganhos de malha de cada saída, com o controlador respetivo, estão apresentadas na figura 3.33.

Tabela 3.12: Dados dos controladores para a arquitetura com troca

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$z_1$ (rad/s)
$C_v$	60	0.567	49156.8	0.059	0.091	0.169
$C_d$	60	1.7	268950	0.3	0.685	1.46



$$\begin{aligned}
 C_v(z) &= \left[ \begin{array}{cc|c} 1,9985 & -0,9985 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 15,6335 & -15,6076 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 15,6295 \end{array} \right]_F \\
 C_d(z) &= \left[ \begin{array}{cc|c} 1,9904 & -0,9905 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 382,8669 & -377,5747 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 380,3721 \end{array} \right]_F
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

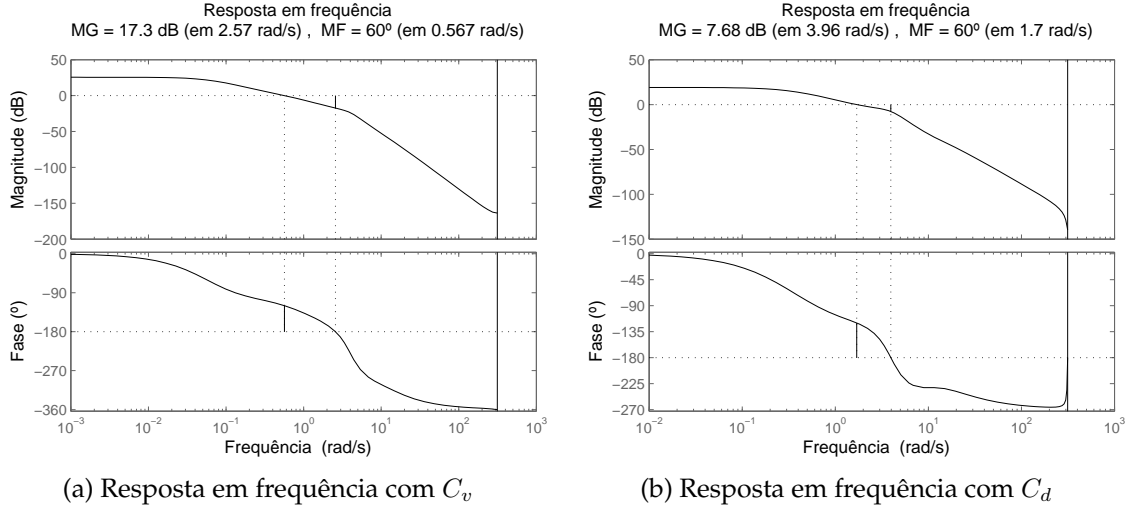


Figura 3.33: Resposta em frequência dos ganhos de malha com troca de entradas

### Projeto da Arquitetura com Falha de Constante de Tempo

Para teste da estrutura de UC, é necessário considerar uma situação de falha. Assim, é introduzida uma falha de constante de tempo, resultando no sistema apresentado na figura 3.28. Neste caso, a constante de tempo reflete-se na adição de um pólo de frequência 0.05 rad/s, na entrada do sistema relativa ao motor da primeira locomotiva. A frequência do pólo é escolhida de forma que seja um pólo dominante, para que o seu efeito seja significativo. Assim, a resposta em frequência relativa à distância é idêntica à da dinâmica inicial, mas a resposta relativa à velocidade foi de novo obtida, estando apresentada na figura 3.34.

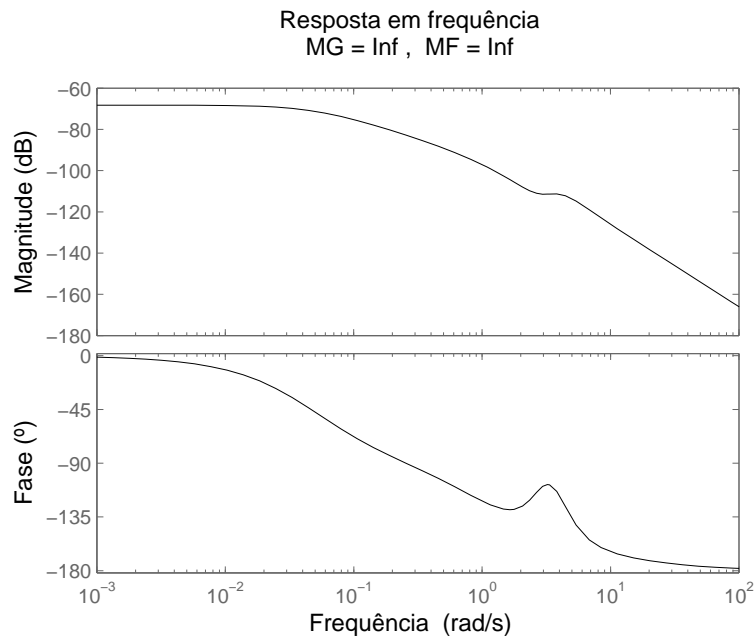


Figura 3.34: Resposta em frequência de velocidade com falha

Como terceira arquitetura de controlo, considera-se a arquitetura inicial, mas com controladores ajustados à situação de falha. Assim, nesta é utilizada a força da primeira locomotiva para controlar a velocidade, e a da segunda locomotiva para controlar a distância entre as carruagens.

Sendo o controlador de distância idêntico ao da primeira arquitetura, o controlador de velocidade foi obtido através da resposta em frequência respetiva, tendo sido obtidos os dados apresentados na tabela 3.13, assim como os valores de  $MF$  e  $\omega_{LB}$  obtidos em anel fechado. A partir destes, foi obtida a função de transferência do controlador, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. O controlador resultante está apresentado na equação (3.32). A respetiva resposta em frequência do ganho de malha está apresentada na figura 3.35.

Tabela 3.13: Dados do controlador para a terceira arquitetura

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$z_1$ (rad/s)
$C_v$	60	0.566	49156.8	0.067	3.57	0.099

$$C_v(z) = \left[ \begin{array}{c|c} 0,9993 & 1 \\ \hline 11,1176 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,9642 & 1 \\ \hline 1132,3857 & 1207,9919 \end{array} \right]_F \quad (3.32)$$

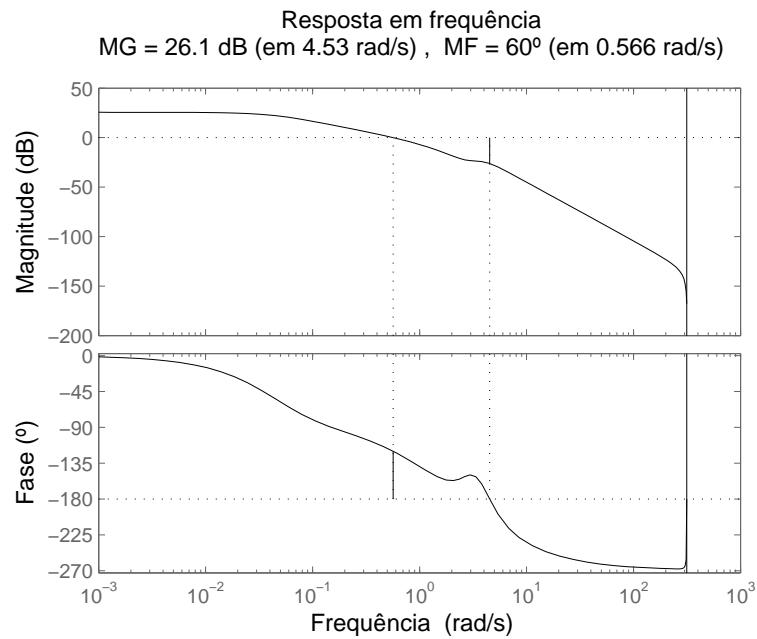


Figura 3.35: Resposta em frequência do ganho de malha com falha

Neste caso, apenas foi possível manter um pólo lento e um pólo rápido nos controladores da arquitetura ajustada para a situação de falha. Nas restantes, o modo rápido dos controladores consiste apenas na componente de *feedthrough*.

Sendo que cada arquitetura de controlo está ajustada para uma situação diferente, foram obtidos os dados de resposta em frequência de cada arquitetura com cada situação de funcionamento, estando os resultados apresentados na tabela 3.14. Neste caso, os valores de margem de fase vêm apresentados em graus, e os valores de largura de banda em rad/s.

Tabela 3.14: Dados de todas as arquiteturas para todas as situações

Situação	Arquiteturas					
	Normal		Com Troca		Com Falha	
	$C_v$	$C_d$	$C_v$	$C_d$	$C_v$	$C_d$
	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$
Normal	60   0.564	60   1.7	60   0.567	60   1.7	33.1   10.6	60   1.7
Com falha	1.67   0.198	60   1.7	7.22   0.183	60   1.69	60   0.566	60   1.7

A utilização de arquiteturas de controlo em situações para a qual não foram projetados apresenta comportamentos bastante distintos do pretendido. Estes dados foram retirados para cada anel fechado, individualmente, pelo que com a utilização de ambos os controladores em simultâneo são esperados dados diferentes dos apresentados, e até situações de instabilidade.

### 3.7.2 Sistema de Supervisão

Para implementar o conceito de UC, é necessário determinar qual a dinâmica pretendida para os anéis fechados. Neste caso, as especificações estão apresentadas na tabela 3.15, assim como o ganho estático ( $K$ ), fator de amortecimento ( $D$ ) e frequência natural ( $\omega_n$ ) necessários. Estes dados são usados para construir os modelos de anel fechado (3.33), na forma de funções de transferência de 2ª ordem, sem zeros.

Tabela 3.15: Dados para construção dos modelos em anel fechado

Modelo	MF (°)	$t_s$ (s)	Erro (%)	$K$	$D$	$\omega_n$ (rad/s)
$H_v$	60	15	5	0.95	0.612	0.501
$H_d$	60	5	10	0.9	0.612	1.504

$$H(s) = K \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \Rightarrow \begin{cases} H_v(s) = \frac{0,2385}{s^2 + 0,6132s + 0,251} \\ H_d(s) = \frac{2,0358}{s^2 + 1,841s + 2,262} \end{cases} \quad (3.33)$$

É ainda necessário definir os parâmetros da função de desempenho, mais especificamente, os parâmetros  $\rho$  e  $\lambda$ , e o parâmetro do mecanismo de permanência  $\gamma$ . Sendo que o tempo de estabelecimento mais elevado é de  $t_s = 15$  s, pretende-se que sejam usados 30 segundos de amostras para o cálculo do índice de desempenho, ou seja, 3000 amostras. Assim, recorrendo de novo à equação (2.16), foi obtido um valor de  $\rho = 0,9985$ .

Os parâmetros  $\lambda$  e  $\gamma$  são determinados por experimentação, de forma que a norma da ação de controlo esteja na mesma ordem de grandeza da norma do erro, e que não existam demasiadas comutações. Assim, pretende-se obter uma diferença significativa entre os índices de desempenho de todas as arquiteturas. Os seus valores foram fixos em  $\lambda = 0,00001$  e  $\gamma = 0,01$ .

Foi introduzido um mecanismo de permanência com *dwell-time*, a funcionar em conjunto com o já existente, de forma a impedir comutações durante 20 segundos, após a última comutação. Este valor é escolhido de forma que a resposta do sistema esteja em regime permanente, antes de ser possível realizar outra comutação. Isto permite anular possíveis oscilações entre arquiteturas, originadas pelas variações dos índices de desempenho.

### 3.7.3 Simulação de Controladores sem Efeito Integral

Pretende-se agora testar o desempenho do sistema de supervisão, com a utilização de controladores sem efeito integral. Para isto, foi realizada uma experiência, com o objetivo de verificar se o sistema de supervisão consegue detetar, em todos os instantes, qual a melhor arquitetura de controlo. Os parâmetros da experiência são os seguintes:

- A duração das experiências é de 450 segundos.
- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ), a arquitetura com troca como arquitetura 2 ( $A_2$ ) e a arquitetura com falha como arquitetura 3 ( $A_3$ ).
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente com a arquitetura  $A_1$ , e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 3.16.
- É introduzida a falha de constante de tempo no instante  $t = 10$  s.
- São efetuadas as comutações de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$ ,  $P_2 \rightarrow P_1$  e  $P_1 \rightarrow P_2$ , nos instantes  $t = 100$  s,  $t = 200$  s e  $t = 380$  s, respetivamente.
- Finalmente, é retirada a falha no instante  $t = 290$  s.

Tabela 3.16: Referências para teste de arquiteturas sem efeito integral

Saída	Primeiro		Segundo	
	Velocidade (m/s)	Distância (m)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	6	0.2	3	0.3

As respostas do sistema, índices de desempenho das arquiteturas e índice de arquitetura em utilização estão apresentadas na figura 3.36.

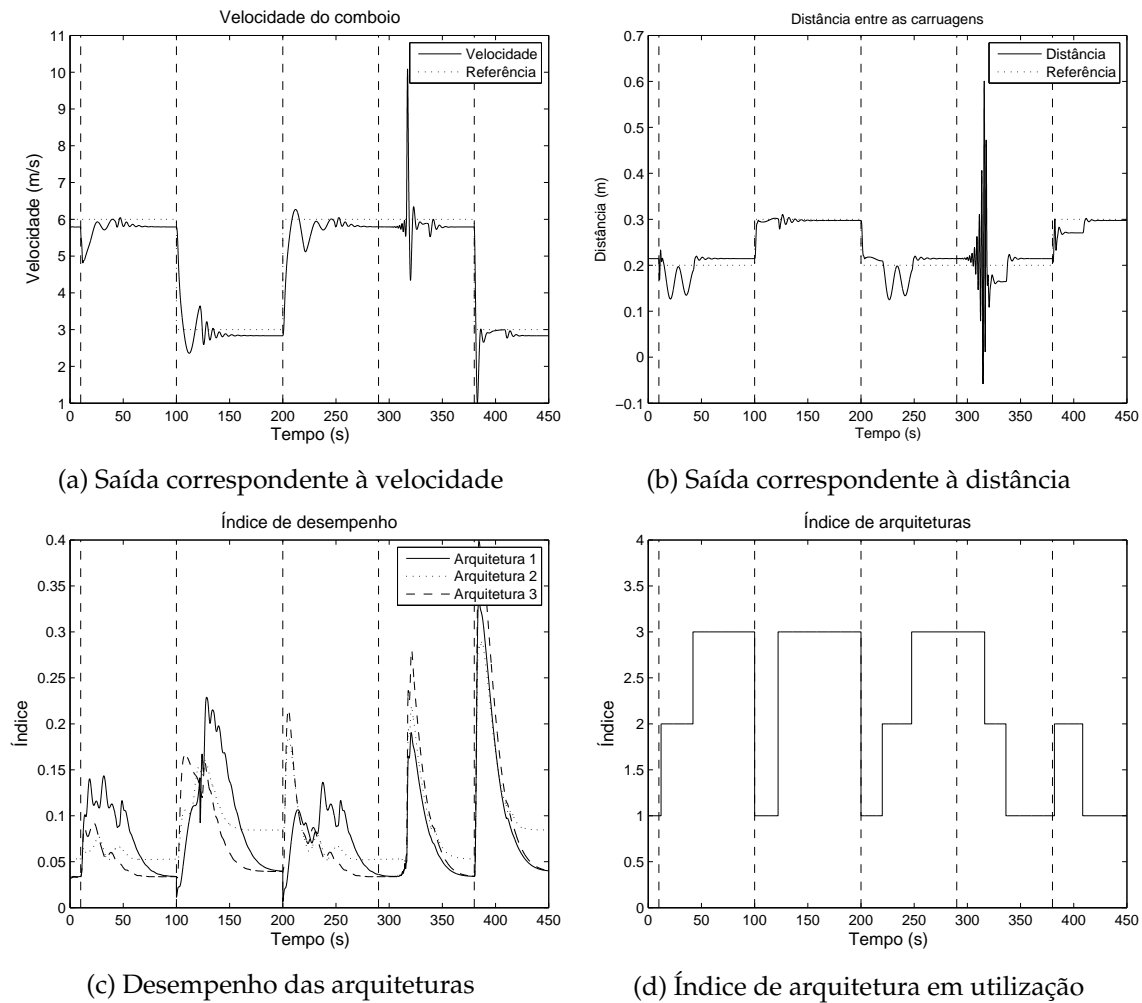


Figura 3.36: Resposta das arquiteturas sem efeito integral

A estrutura de UC deteta a alteração de dinâmica provocada pela falha, e efetua uma comutação de arquitetura de controlo. Apesar da nova arquitetura ser a sintonizada para a situação de troca de controladores, esta é apenas temporária, sendo efetuada nova comutação após os 20 segundos impostos pelo mecanismo de permanência. Neste caso, a nova arquitetura consiste na apropriada à situação de falha. Esta análise repete-se em todas as situações em que é necessária uma comutação, ou seja, após os instantes iniciais do regime transitório dos índices de desempenho, é sempre detetada, e inserida no anel fechado, a arquitetura apropriada à situação de funcionamento.

Ao retirar a falha, o anel fechado torna-se instável, começando a oscilar com amplitudes cada vez maiores. A situação de instabilidade é detetada, sendo seleccionada a arquitetura apropriada para a situação de funcionamento, estabilizando o anel fechado.

### Análise de situação de instabilidade

Recorrendo à tabela 3.14, verifica-se que as respostas em frequência dos anéis fechados individuais desta situação de funcionamento (situação normal, arquitetura  $A_3$ ), não indicam instabilidade no anel fechado. Sendo que o problema aparenta originar do anel fechado da distância, considere-se o sistema apresentado na figura 3.37. Neste caso, o sistema não tem falha, e a arquitetura de controlo  $A_3$  está inserida no anel fechado. A referência correspondente ao anel de controlo de velocidade é mantida constante em  $r_v = 0$ , ou seja, a velocidade está a ser mantida em 0 m/s.

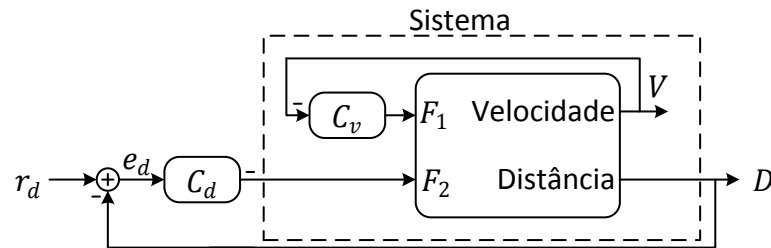


Figura 3.37: Arquitetura de controlo com instabilidade

A partir do sistema da figura 3.37, foi obtida a resposta em frequência apresentada na figura 3.38. Esta relaciona a força da segunda locomotiva com a distância entre as carruagens, mas tendo em conta o efeito do controlo de velocidade.

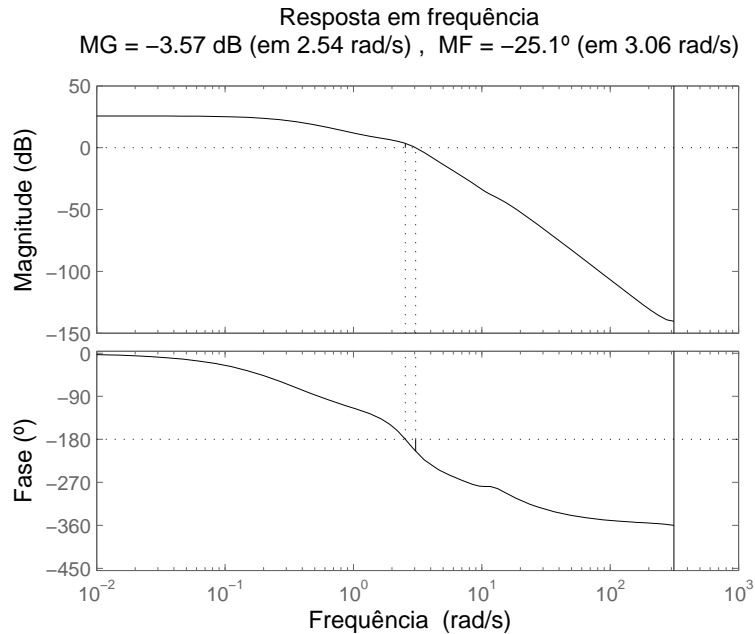
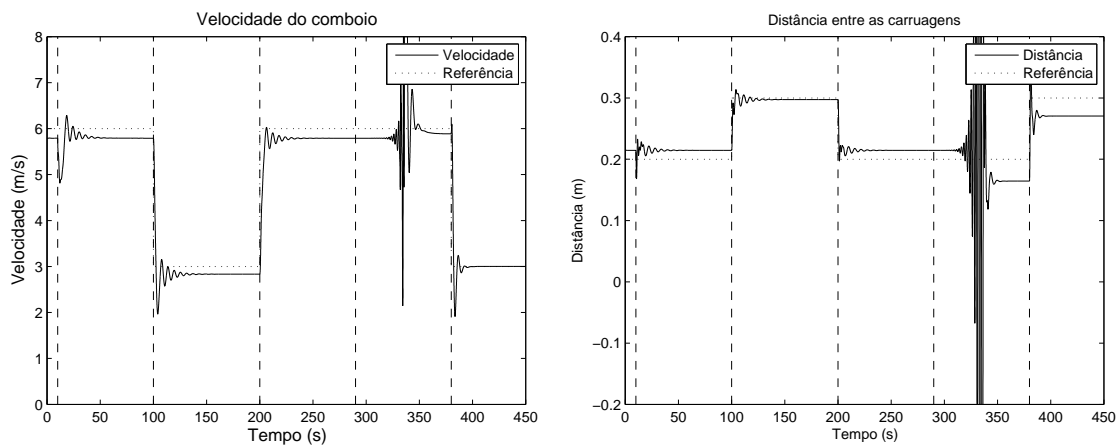


Figura 3.38: Resposta em frequência de distância, tendo em conta o efeito da velocidade

Com o sistema em situação normal, o controlador de distância da arquitetura  $A_3$  instabiliza o anel fechado. Assim, a situação de instabilidade verificada deve-se às dependências entre as saídas, ou seja, aos efeitos que o controlo de cada variável provoca em ambas as saídas, e não apenas na saída pretendida. Com a utilização de métodos distintos de projeto dos controladores, esta situação de instabilidade poderia ser prevista na análise dos anéis fechados. Por exemplo, mantendo o método de projeto do controlador de velocidade, mas considerar o efeito deste no projeto do controlador de distância pode melhorar o desempenho do sistema e fornecer mais informação sobre o comportamento dos anéis fechados em cada situação.

### Simulação com fator de esquecimento unitário

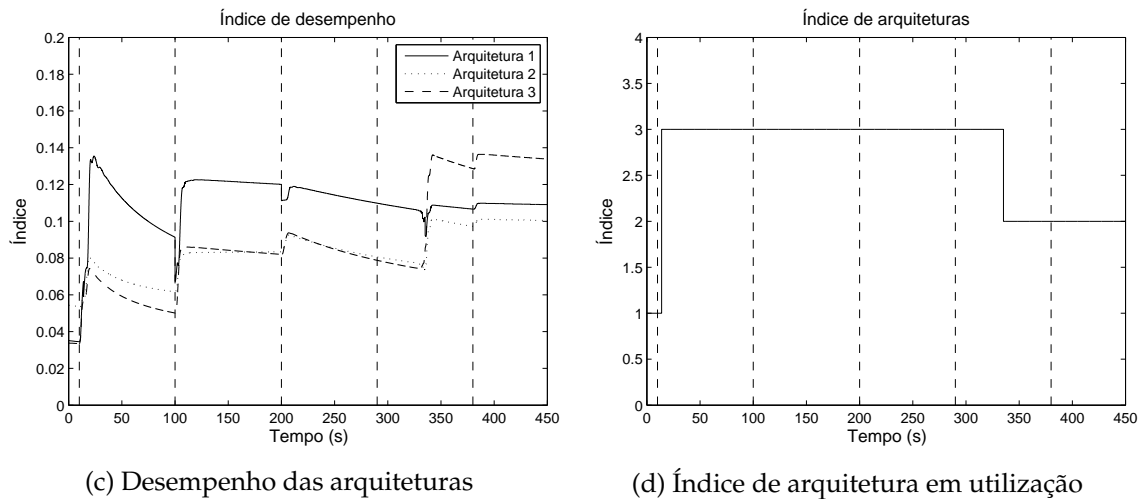
A capacidade de adaptação do sistema de supervisão está bastante ligada à existência de esquecimento, ou seja, ao número de amostras utilizadas no cálculo dos índices de desempenho. Para verificar o comportamento do sistema de supervisão, sem esquecimento ( $\rho = 1$ ), foi realizada uma experiência com os mesmos parâmetros da anterior. As respostas do sistema, índices de desempenho das arquiteturas e índice de arquitetura em utilização estão apresentadas na figura 3.36.



(a) Saída correspondente à velocidade

(b) Saída correspondente à distância





(c) Desempenho das arquiteturas

(d) Índice de arquitetura em utilização

Figura 3.39: Resposta de arquiteturas sem efeito integral, sem esquecimento

A remoção de esquecimento reduz a capacidade de adaptação do sistema de supervisão, sendo efetuadas apenas duas comutações de arquiteturas de controlo. Nos instantes iniciais, são utilizadas poucas amostras para calcular os índices de desempenho, pelo que a introdução da falha é detetada. Isto gera uma comutação de arquiteturas de controlo para a arquitetura adequada.

Com o acumular de dados recolhidos, existe menos reação dos índices de desempenho a alterações de dinâmica do processo. Nenhuma alteração de ponto de funcionamento origina uma comutação de arquiteturas de controlo. Volta apenas a existir comutação quando a falha é retirada, sendo que a arquitetura selecionada não é a mais adequada às dinâmicas dos anéis fechados.

### Simulação com ruído e perturbações

A generalidade dos processos reais está sujeita a ruídos e perturbações, pelo que se pretende introduzir estes fatores neste sistema. O ruído corresponde a ruído gaussiano de média nula, e consideram-se as perturbações como alterações pontuais do valor de saída, em que este sofre um aumento de 20% no instante em que a perturbação é aplicada. As perturbações foram introduzidas nos instantes  $t = 60$  s e  $t = 260$  s, de forma a que uma ocorresse em regime permanente, e outra em regime transitório.

Para analisar estes efeitos, foi realizada uma experiência com os mesmos parâmetros da anterior, e com esquecimento. As respostas do sistema, índices de desempenho das arquiteturas e índice de arquitetura em utilização estão apresentadas na figura 3.36.

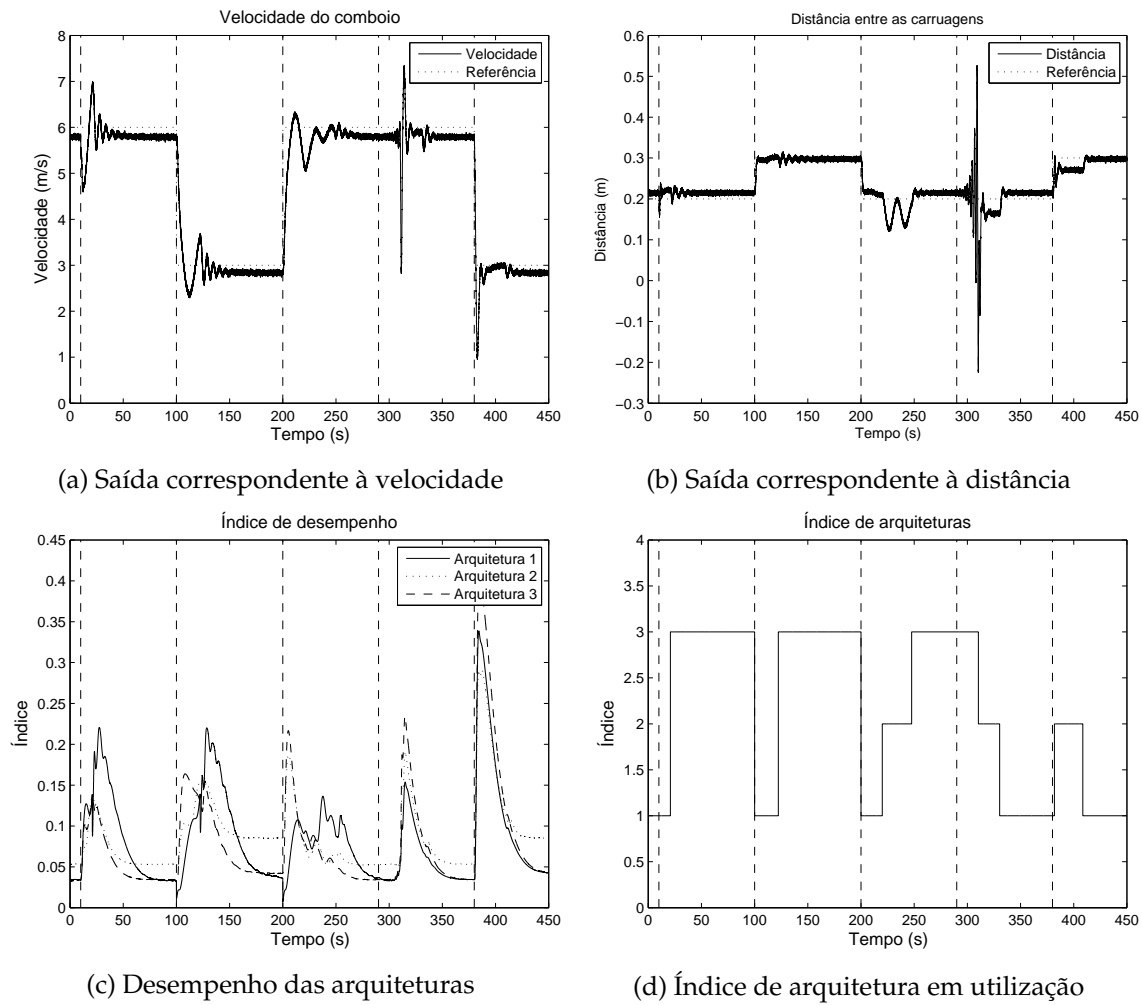


Figura 3.40: Resposta de arquiteturas sem efeito integral, com ruído

A existência de ruído não afeta o desempenho da estrutura de UC, sendo que esta apresenta o mesmo comportamento que na experiência anterior. Também as perturbações pontuais não afetam o desempenho da estrutura, devido a só terem influência numa amostra do sinal, pelo que não têm peso suficiente no cálculo das normas para afetar os índices de desempenho.

Pode-se concluir que, com a utilização de controladores sem efeito integral, é possível a implementação de uma estrutura de UC para o controlo de sistemas MIMO, com anéis fechados SISO. Esta apresenta resultados satisfatórios na adaptação a dinâmicas diferentes, assim como a ruído e perturbações pontuais, permitindo escolher qual a arquitetura de controlo mais apropriada a cada situação.

### 3.8 Resumo

A utilização de controladores com efeito integral e UC não é aconselhável com um fator de esquecimento fixo no sistema de supervisão. Em regime permanente, qualquer controlador leva o anel fechado a seguir o sinal de referência, ou seja, o índice de desempenho tende para o mesmo valor. Assim, só existem diferenças nos índices de desempenho nos regimes transitórios após alterações de dinâmica do processo, ou de pontos de funcionamento.

Sendo que o sistema em causa é controlado por uma arquitetura de controlo, constituída por dois controladores, foi necessário ajustar a função de desempenho, de forma a apresentar apenas um índice de desempenho para cada arquitetura. Assim, com a utilização de controladores sem efeito integral, o sistema de supervisão consegue detetar situações em que é necessária uma comutação, inserindo no anel fechado a arquitetura adequada.

O sistema é controlado através de dois anéis fechados individuais, respetivos a cada saída. No entanto, a atuação numa entrada do sistema provoca efeitos em ambas as saídas, originando comportamentos não previstos no projeto dos controladores. Assim, quando são controladas ambas as saídas em simultâneo, o comportamento dos anéis fechados não está de acordo com o previsto, podendo até existir instabilidade. Este efeito pode ser reduzido se, no projeto dos controladores, forem tidas em conta as dependências entre as saídas.

A capacidade de adaptação do sistema de supervisão, ou seja, a sua capacidade de detetar a necessidade de comutações, está relacionada com o fator de esquecimento  $\rho$ . No caso extremo, ou seja, sem esquecimento, após algum tempo o sistema não consegue detetar situações em que são necessárias comutações.

Apesar de ter sido utilizado um sistema simulado, a introdução de ruído e perturbações permite estimar o comportamento do sistema de supervisão com processos reais. Neste caso, o comportamento obtido foi bastante semelhante, com os índices de desempenho a demorarem mais algumas amostras a estabilizar no seu valor final.



# 4

## Controlo *Unfalsified* de um Protótipo Laboratorial

*Resumo: Neste capítulo é feita a implementação da estrutura de UC já apresentada, num conjunto de dois robôs NXT, com o intuito de simular o sistema descrito no capítulo anterior, e verificar o funcionamento da estrutura UC num sistema real.*

### 4.1 Modelação do Protótipo Laboratorial

Tendo sido obtidos resultados satisfatórios num sistema simulado, pretende-se agora aplicar o conceito de UC a um processo real. Considere-se um conjunto de 2 robôs NXT, com a constituição da figura 4.1. Este conjunto constitui um comboio formado por duas locomotivas, sem qualquer ligação física.



Figura 4.1: Robô NXT a utilizar

A interface de dados é realizada pelo bloco de processamento NXT, pelo que as entradas do sistema consistem no input dado aos motores dos robôs, e as saídas à velocidade do primeiro robô e à distância entre estes. Admite-se que a velocidade do robô dianteiro corresponde à velocidade do conjunto pois, caso a distância entre estes seja constante, a velocidade dos robôs é idêntica.

O robô traseiro está munido de um sensor de ultra-sons, que é utilizado para fornecer a distância entre os robôs. Este tem um alcance de 2.55 metros e uma precisão de  $\Delta d = \pm 3$  cm. No caso de utilização de sinais de referência de distância na casa dos centímetros, o erro relativo do sensor é um pouco elevado. No entanto, esta consiste na única forma de medição disponível, pelo que foi mantida.

O bloco NXT fornece apenas a rotação dos motores no seu valor total, ou seja, é medida a rotação desde o início das experiências até ao final, pelo que é necessário algum tratamento para determinar a velocidade do robô.

Sendo um sistema real, é possível danificar o equipamento caso a ação de controlo ultrapasse um certo valor, pelo que é introduzida saturação nas ações de controlo. Cada robô é composto por dois motores, ambos com gama de valores de entrada [-100% : 100%]. Assim, de forma a não atingir este valor, é imposta uma saturação ao módulo da ação de controlo, com o valor de 75%.

Apesar do sistema funcionar em tempo contínuo, todo o sistema de controlo é implementado em tempo discreto. Assim, é necessário definir um tempo de amostragem, sendo este grande o suficiente para permitir a reação do sistema em cada intervalo de tempo, mas pequeno o suficiente para dar alguma liberdade às especificações de anel fechado. Neste caso, o tempo de amostragem foi definido com o valor  $t_a = 100$  ms.

#### 4.1.1 Cálculo da Velocidade e Desvios de Direção

A velocidade dos robôs é determinada através da rotação dos motores. No entanto, a única medida disponível consiste no ângulo de rotação total dos motores, desde o início da experiência. De forma a determinar a velocidade em cada instante, é aplicado o seguinte algoritmo:

1. As rotações totais dos motores esquerdo ( $\theta_e(k)$ ) e direito ( $\theta_d(k)$ ), em cada instante, são subtraídas às rotações totais do instante anterior ( $\theta_e(k-1)$  e  $\theta_d(k-1)$ ), resultando nas respetivas rotações incrementais. Entende-se por rotações incrementais como o ângulo que o motor rodou num determinado intervalo de tempo. Neste caso, o intervalo de tempo corresponde ao intervalo de amostragem  $t_a$ .
2. É realizada uma média aritmética das rotações incrementais, para que a velocidade seja calculada admitindo uma rotação idêntica dos motores.
3. A rotação fornecida pelo bloco NXT vem dada em graus, pelo que é efetuada a sua conversão para radianos.

4. Recorrendo ao raio das rodas  $r = 0,028$  m e à equação (4.1), é obtida a velocidade do robô no intervalo de tempo considerado. O raio das rodas foi medido, admitindo um raio idêntico para todas as rodas de ambos os robôs.

A representação matemática do algoritmo está apresentada na equação (4.1).

$$v(k) = \frac{\theta_e(k) - \theta_e(k-1) + \theta_d(k) - \theta_d(k-1)}{2} \frac{\pi}{180} \frac{r}{t_a} \quad (4.1)$$

Apesar de se admitir rotação idêntica de ambos motores no cálculo da velocidade, geralmente estas são distintas. Isto deve-se a características internas dos motores, atrito e desgaste dos materiais, quer internos quer externos. Assim, a aplicação do mesmo sinal de entrada em cada motor pode produzir diferentes valores de rotação incremental, e consequentes desvios de direção dos robôs. Este fator é compensado através do ajuste dos sinais de entrada dos motores, de acordo com o seguinte algoritmo:

1. É obtido o módulo da diferença entre a rotação total dos motores esquerdo ( $\theta_e(k)$ ) e direito ( $\theta_d(k)$ ). Esta diferença é limitada a 5 radianos, de forma a não existirem rotações bruscas do robô.
2. A diferença entre rotações é convertida na diferença entre as velocidades de cada motor, recorrendo a uma adaptação do algoritmo anterior.
3. A diferença entre velocidades é convertida na diferença entre sinais de entrada que a geraria ( $u_i$ ). Neste ponto, admite-se que o sistema se comporta como um bloco de ganho  $p = 0,004$ , ou seja, a relação entre sinal de entrada ( $u$ ), e de saída ( $y$ ), é dada de acordo com  $y = p \times u$ .
4. A diferença entre sinais de entrada resultante ( $u_i$ ) é subtraída à ação de controlo que, no instante anterior, gerou a rotação superior do motor. Assim, caso a rotação do motor da esquerda tenha sido superior, a ação de controlo no instante atual será menor que a do motor da direita, para compensar o desvio, e vice-versa.

A representação matemática do algoritmo está apresentada na equação (4.2).

$$u_i(k) = \underbrace{|\theta_e(k) - \theta_d(k)|}_{\text{velocidade}} \frac{\pi}{180} \frac{r}{t_a} \frac{1}{p} \Rightarrow \begin{cases} \text{Se } \theta_e(k) > \theta_d(k) \begin{cases} u_e(k) = u_c(k) - u_i(k) \\ u_d(k) = u_c(k) \end{cases} \\ \text{Se } \theta_e(k) < \theta_d(k) \begin{cases} u_e(k) = u_c(k) \\ u_d(k) = u_c(k) - u_i(k) \end{cases} \end{cases} \quad (4.2)$$

Com este ajuste, desvios de direção são compensados com desvios na direção contrária, conseguindo manter a direção de deslocamento inicial com alguma precisão. No entanto, esta compensação está também sujeita aos fatores de desvio referidos, pelo que não soluciona o problema por completo.

### 4.1.2 Estudo de Não-Linearidades

Na sua generalidade, os sistemas reais apresentam não-linearidades. Neste caso, com a utilização de motores, pretende-se analisar a existência de zona morta e histerese. O primeiro fator representa a incapacidade do motor rodar com sinais de entrada demasiado baixos, devido a atritos internos ou com a superfície, enquanto o segundo representa uma diferença de dinâmica entre a aceleração e desaceleração do motor. Para verificar a existência destes efeitos, foi realizada uma experiência com os seguintes parâmetros:

- A duração da experiência é de 300 segundos.
- O sistema parte de repouso e efetua duas acelerações e desacelerações, percorrendo a gama de entrada do valor mínimo de saturação ao máximo, e vice-versa. Assim, a frequência do sinal de entrada é bastante reduzida, de forma que eventuais atenuações devido à incapacidade do sistema reagir a frequências mais elevadas não sejam relevantes.
- A experiência foi realizada sem contacto com a superfície, de forma a caracterizar apenas os motores.

A resposta do sistema e a ação de controlo estão apresentadas na figura 4.2.

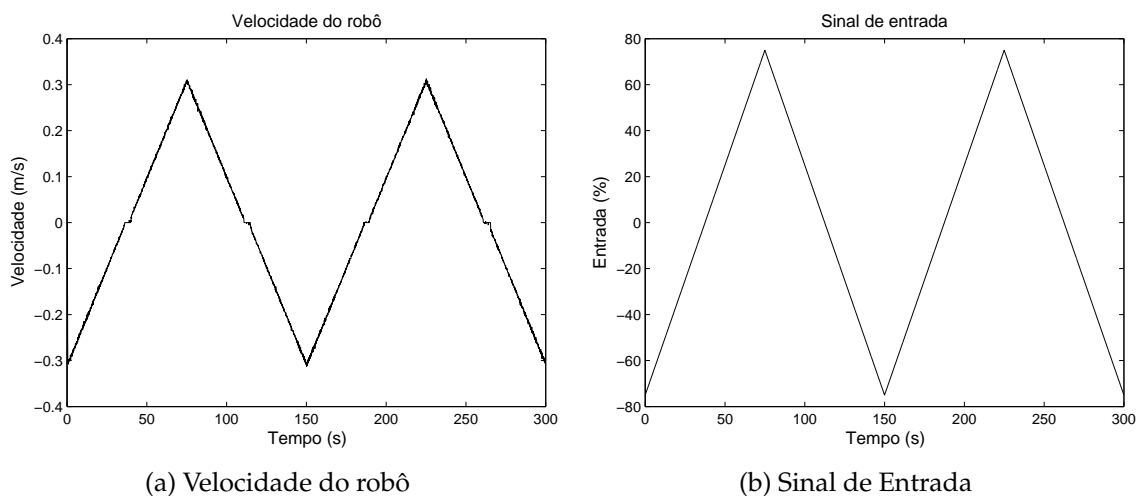


Figura 4.2: Relação entre entrada e velocidade do robô

A existência de zona morta pode ser observada na resposta dos motores, numa gama de, aproximadamente,  $[-3\% : 3\%]$  do sinal de entrada. Assim, com um sinal de entrada nesta gama, os motores não conseguem vencer os respetivos atritos internos, pelo que não existe movimento do robô.

A existência de histerese pode ser verificada através da sobreposição da saída do sistema em regime de aceleração e desaceleração. Caso estas respostas coincidam, admite-se que a dinâmica é idêntica, ou seja, não existe histerese. Assim, recorrendo ao último ciclo



da experiência, de forma a ignorar o regime transitório inicial, foram sobrepostas as duas zonas de funcionamento, estando o resultado apresentado na figura 4.3.

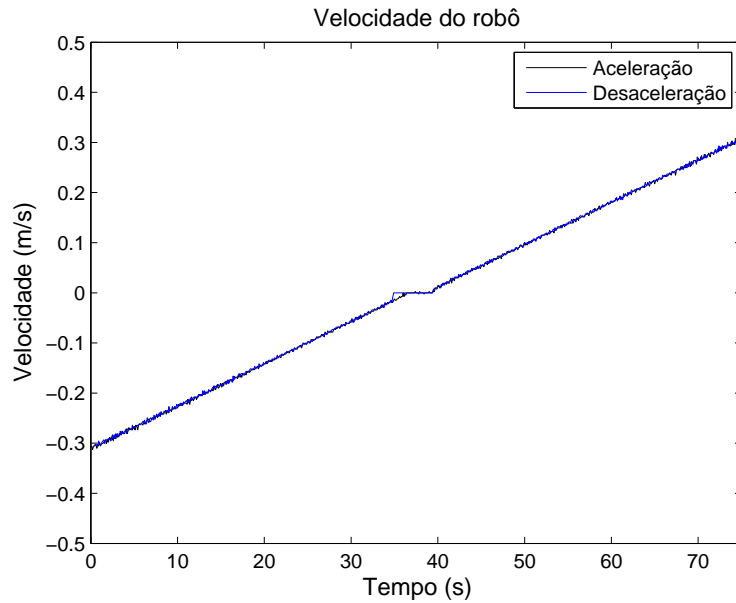


Figura 4.3: Sobreposição das retas de funcionamento

Apesar de uma diferença mínima na zona morta, as respostas de aceleração e desaceleração do robô sobrepoem-se, pelo que se admite que os motores não estão sujeitos a histerese. Assim, a única não-linearidade a considerar para o funcionamento do robô consiste na zona morta.

### 4.1.3 Modelação dos Motores

Mantendo a resposta em frequência como método de sintonização dos controladores, pretende-se obter um modelo do sistema como suporte a este processo. Neste caso, também o modelo foi determinado por resposta em frequência, sendo o método disponível que oferece uma representação mais precisa da dinâmica do sistema.

O objetivo consiste na realização de diversas experiências, e aplicação da transformada de *Fourier* ao conjunto de sinais de entrada e saída produzidos em cada uma, de forma a obter uma função de transferência no domínio da frequência para o sistema. Recorrendo ao algoritmo FFT, é necessário definir o número de pontos e a frequência mínima a registar. Admitindo uma frequência mínima de  $f_{min} = 0,01$  Hz, e frequência de amostragem  $f_a = 100$  Hz, o número de pontos ( $N$ ) de cada experiência pode ser retirado pela equação (4.3).

$$N = \frac{n^{\circ} \text{ de períodos}}{f_{min} \times f_a} \quad (4.3)$$

As experiências foram realizadas com os seguintes parâmetros:

- O sinal de entrada é constituído pela soma de diversas sinusoides, de frequências distintas. É introduzido algum *offset* no sinal final, de forma a não abranger a zona morta dos motores.
- Todas as sinusoides de cada experiência têm a mesma amplitude, mas fases distintas, de forma que o sinal resultante tenha menor amplitude máxima. Caso não houvesse diferença de fase, pelo menos um pico de todas as sinusoides iria coincidir, dando origem a amplitudes muito elevadas do sinal de entrada.
- A duração de cada experiência depende do número de períodos do sinal de entrada.
- O número de períodos do sinal de entrada depende das frequências em análise na experiência, sendo que deve ser suficiente para ultrapassar o regime transitório associado ao arranque dos motores.
- As frequências das sinusoides são calculadas através de índices que representam múltiplos da frequência fundamental. Os índices utilizados têm de ser múltiplos do índice mínimo de cada experiência.
- O número de pontos define a frequência mínima de cada experiência, e tem de ser divisor do número de pontos máximo, associado à frequência mínima registada.

A resposta em frequência do sistema poderia ser obtida através de uma única experiência, com sinal de entrada correspondente à soma de todas as sinusoides. No entanto, devido ao ruído na velocidade, pretende-se separar os testes, de forma a diminuir o ruído provocado pela reação às sinusoides de alta frequência.

A escolha dos índices de frequências utilizados em cada experiência requer algum cuidado, pois caso os requisitos não sejam cumpridos, o algoritmo FFT não produz resultados corretos. A duração e número de pontos de cada experiência, os índices das frequências utilizadas, e a amplitude das sinusoides estão presentes na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Dados das experiências para determinação do modelo

Experiência	1	2	3	4	5	6	7	8
Frequências (rad/s)	1	2 4 6 8	8 24	20 40	50 100	50 200	125	50
	3	10 12 16 20	32	60 80	150	250 300	375	450
Amplitude	3	3	3	3	3	3	3	3
Offset	30	40	40	40	40	40	40	40
Nº de períodos	2	2	3	5	10	10	20	10
Nº de pontos	1000	500	125	50	20	20	8	20

Os dados associados ao regime transitório do sistema devem ser ignorados, pois não capturam a dinâmica do sistema, provocando resultados incorretos no algoritmo. Assim, os dados usados no algoritmo FFT correspondem sempre ao último período dos sinais recolhidos.

O cumprimento dos requisitos de número de pontos e índices implica a utilização de índices repetidos em diversas experiências. No entanto, estas frequências são utilizadas como confirmação de que o sistema produz a mesma saída, quaisquer que sejam as frequências envolvidas na experiência.

Aplicando o algoritmo FFT aos sinais de entrada e saída do sistema em cada experiência, foi obtida a resposta em frequência apresentada na figura 4.4.

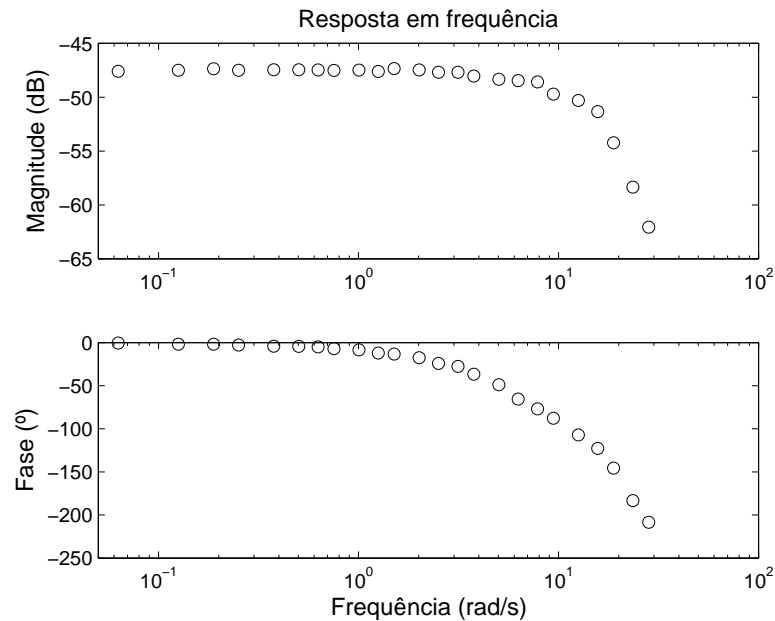


Figura 4.4: Resposta em frequência dos motores do robô

Verifica-se um decréscimo de, aproximadamente, 40 dB/década na amplitude, o que corresponderia a um decréscimo de  $180^\circ$  de fase. No entanto, o decréscimo de fase é superior a este valor, pelo que se pode concluir que o sistema está sujeito a atraso. Assim, o sistema apresenta um comportamento semelhante a um sistema com dois pólos reais e atraso.

#### 4.1.4 Modelação da Dinâmica do Protótipo

Sendo que o robô vai andar em contacto com uma superfície, pretende-se agora realizar o mesmo processo de modelação acima, mas com esta nova condição. Admite-se sempre a mesma massa do robô e superfície de contacto, ou seja, sempre o mesmo atrito com a superfície. Foram realizadas as mesmas experiências que as anteriores e, aplicando o algoritmo FFT às respetivas entradas e saídas, foi obtida a resposta em frequência da velocidade do robô. Esta foi sobreposta com a resposta em frequência dos motores, para comparação, estando o resultado apresentado na figura 4.5.

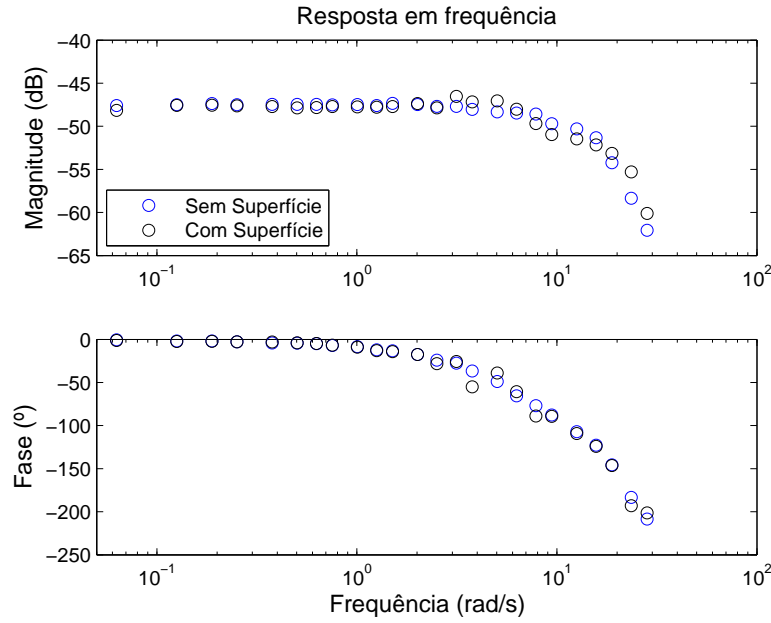


Figura 4.5: Sobreposição das respostas em frequência

A resposta em frequência em contacto com a superfície apresenta um pouco mais de ruído que a apenas dos motores. No entanto, isto deve-se à existência de deslizamento na aceleração/travagem do robô, e mais ruído na leitura da velocidade devido ao atrito com a superfície.

As frequências à volta de  $\omega = 3$  rad/s apresentam um pequeno pico de amplitude, geralmente associado à existência de pólos complexos. No entanto, foram realizados diversos testes com sinais de entrada sinusoidais, com frequências circundantes à referida. Estes rejeitaram a hipótese da existência de pólos complexos, estando o pico de amplitude associado aos fatores externos já referidos.

Para facilitar o desenvolvimento dos controladores, foi desenvolvida uma função de transferência, através da resposta em frequência do processo, em contacto com a superfície. Esta foi determinada por experimentação, com um critério *best-fit*, estando apresentada na equação (4.4). Sendo que a resposta em frequência apresenta algum atraso, a função de transferência foi desenvolvida em tempo contínuo, de forma a implementar atrasos diferentes de uma unidade temporal. A comparação entre a resposta em frequência do modelo e do processo está apresentada na figura 4.6.

$$F_v(s) = e^{-\tau s} \frac{K_v |p_{f1} p_{f2}|}{(s + p_{f1})(s + p_{f2})} = e^{-0,06s} \frac{1,44}{s^2 + 38s + 360} \quad (4.4)$$

Neste caso, os valores dos pólos, ganho estático e atraso do sistema são os seguintes:

- $K_v = 0.004$
- $\tau = 0.06$  s
- $p_{f1} = 18$  rad/s
- $p_{f2} = 20$  rad/s

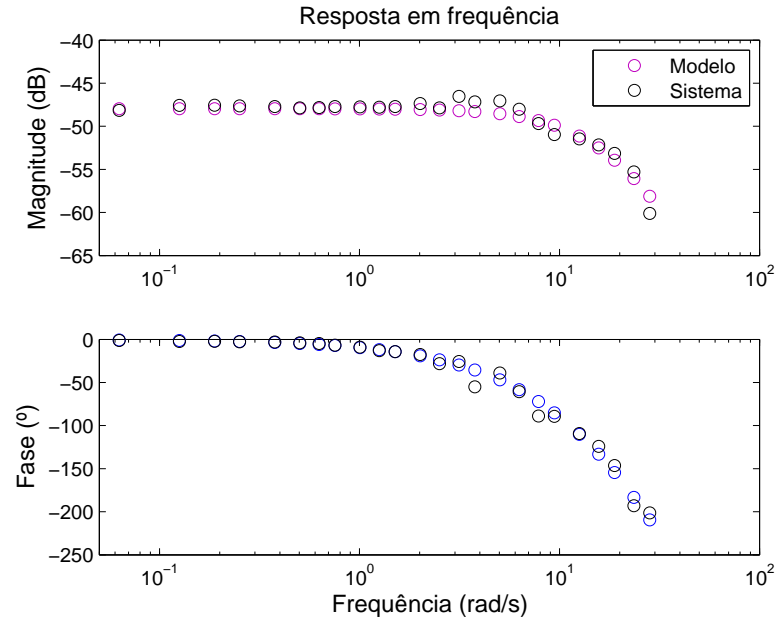


Figura 4.6: Resposta em frequência da velocidade do robô e do modelo

O modelo obtido constitui uma aproximação aceitável ao funcionamento do sistema, pelo que será utilizado neste trabalho como modelo correspondente à velocidade dos robôs.

Sendo que se pretende também controlar a distância entre os robôs, é necessário determinar a resposta em frequência relativa a esta saída. Devido à zona morta do sistema e ao pouco alcance do sensor de distância, não é possível determinar a resposta por experimentação. No entanto, a relação física entre velocidade e posição consiste numa integração. Assim, foi obtida a função de transferência da posição do robô apresentada na equação (4.5), através da adição de um pólo integrador à resposta em frequência relativa à velocidade.

$$F_d(s) = \frac{F_v(s)}{s} = e^{-0,06s} \frac{1,44}{s^2 + 38s + 360} \quad (4.5)$$

Sendo que a distância entre os robôs consiste na posição do da frente ( $p_1$ ) menos a posição do de trás ( $p_2$ ), de acordo com a equação (4.6), o diagrama de blocos do anel fechado correspondente pode ser visualizado na figura 4.7.

$$d(t) = p_1(t) - p_2(t) \quad (4.6)$$

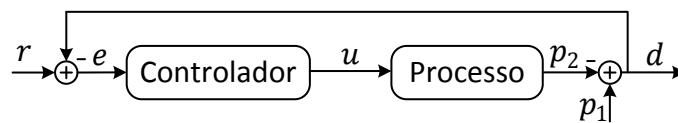


Figura 4.7: Diagrama de blocos do anel fechado de distância

A posição correspondente ao robô da frente ( $p_1$ ) pode ser considerada como perturbação e, recorrendo ao teorema da sobreposição, ignorada para o projeto dos controladores. Assim, a resposta em frequência da posição do robô, apresentada na figura 4.8, fornece informação suficiente para a determinação dos controladores.

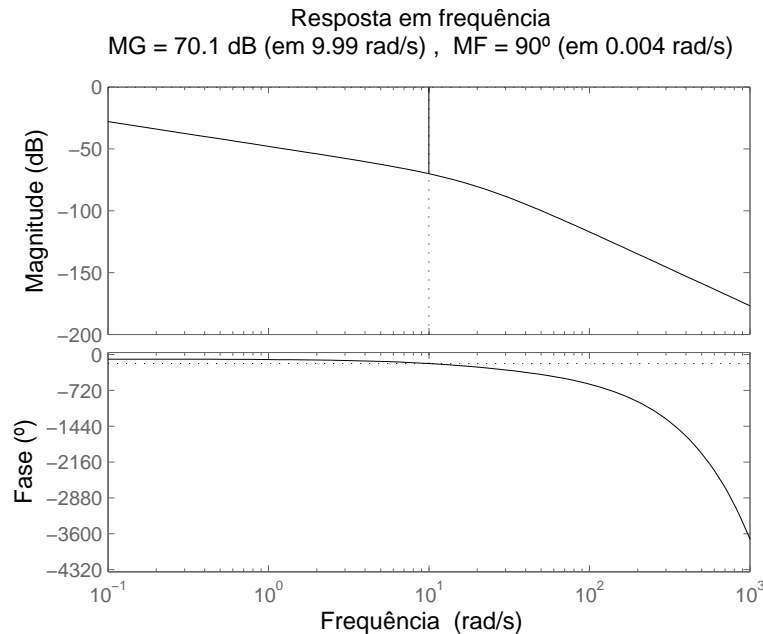


Figura 4.8: Resposta em frequência da distância entre os robôs

A resposta em frequência apresenta efeito integral, ou seja, o robô acaba por atingir a posição pretendida, desde que o objeto ao qual se está a medir a distância esteja parado, e o anel fechado seja estável. No entanto, caso a distância seja medida a um robô em movimento, a posição  $p_1$  aumenta em todos os instantes. Admitindo que esta aumenta com declive unitário, o seu efeito pode ser considerado como tendo um sinal de referência de posição em rampa de declive unitário.

Em termos de distância entre os robôs, para um sinal de referência em degrau, a resposta não tem efeito integral, pois é calculada a partir das posições. Assim, este sinal de referência traduz-se numa rampa para as posições, sendo necessária a introdução de outro pólo integrador para obter efeito integral. No entanto, não se pretende obter efeito integral na distância entre os robôs, devido às implicações já analisadas referentes a UC.

## 4.2 Desenvolvimento de Controladores

Pretende-se desenvolver uma arquitetura de controlo constituída por dois anéis fechados individuais, cada um com um controlador SISO. As variáveis a controlar correspondem à velocidade dos robôs e à distância entre estes. Neste caso, é utilizado o sinal

de entrada do robô da frente para controlar a velocidade, e o sinal de entrada do de trás para controlar a distância.

O comportamento pretendido para os anéis fechados traduz-se na margem de fase ( $MF$ ), tempo de estabelecimento a 1% ( $t_s$ ) e percentagem de erro estático. Estes valores foram escolhidos de forma a obter pouca sobre-elevação e tempos de estabelecimento reduzidos, estando apresentados na tabela 4.2, assim como o valor de largura de banda ( $\omega_{LB}$ ) correspondente ao tempo de estabelecimento. Neste processo, não é necessária a separação de largura de banda entre os anéis fechados, pois não existe ligação física entre os robôs. Assim, não se verificam as interferências analisadas para a simulação do comboio.

Tabela 4.2: Especificações para os anéis fechados do conjunto de robôs

Dados	$MF$ (°)	$t_s$ (s)	Erro (%)	$\omega_{LB}$ (rad/s)
Velocidade	60	3	5	2.837
Distância	60	5	5	1.702

Para este sistema, pretende-se utilizar controladores de 2ª ordem, constituídos por dois pólos e um zero. Estes foram escolhidos de forma a utilizar os controladores de menor ordem, que possibilitassem o cumprimento dos objetivos de controlo. Assim, estes podem ser descritos pela função de transferência em tempo contínuo (4.7), com ganho estático  $K$ , pólos  $p_1$  e  $p_2$ , e zero  $z_1$ .

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K \frac{p_1 p_2}{z_1} (s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (4.7)$$

Sendo a ordem do numerador inferior à do denominador, surge de novo a necessidade de introdução de um zero adicional de alta frequência, de forma que os controladores sejam *causally-left-invertible*. O efeito do zero será tanto menor, quanto mais próxima estiver a sua frequência de metade da frequência de amostragem. No entanto, se a frequência do zero for demasiado elevada, o controlador em tempo discreto pode conter zeros de fase não mínima. Neste caso, o modelo inverso do controlador torna-se instável, não sendo possível aplicar o conceito de UC. A frequência de amostragem está apresentada na equação (4.8).

$$\omega_a = 2\pi \frac{1}{t_a} = 20\pi \text{ rad/s} \quad (4.8)$$

O valor do zero adicional foi determinado por experimentação, sendo fixo em  $z_a = 10$  rad/s. Mantendo o ganho estático do controlador, a sua estrutura final está apresentada na equação (4.9).

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \left| \frac{p_1 p_2}{z_a z_1} \right| \frac{(s + z_a)(s + z_1)}{(s + p_1)(s + p_2)} \quad (4.9)$$

A distância entre os dois robôs em movimento não tem efeito integral, pelo que é

necessário determinar o ganho estático do controlador de forma a cumprir os objetivos de controlo. Considerando o modelo de distância ( $F_d$ ) e o controlador de distância ( $C_d$ ), foi obtida a função de transferência (4.10) para o anel fechado relativo à posição do robô de trás.

$$P_2(s) = \frac{C_d(s)F_d(s)}{1 + C_d(s)F_d(s)} R(s) \quad (4.10)$$

Exprimindo o erro de controlo em função da referência, obteve-se a função de transferência (4.11).

$$E(s) = R(s) - P_2(s) = \left[ 1 - \frac{C_d(s)F_d(s)}{1 + C_d(s)F_d(s)} \right] R(s) = \frac{1}{1 + C_d(s)F_d(s)} R(s) \quad (4.11)$$

O erro estático da posição, em relação a uma referência em rampa, ou seja, o erro estático da distância entre os robôs em movimento, para uma referência em degrau unitário, pode ser obtido através da aplicação do teorema do valor final, resultando na equação (4.12).

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + C_d(s)F_d(s)} \frac{1}{s^2} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + C_d(s) \frac{F_v(s)}{s}} = \frac{1}{C_d(0)F_v(0)} \end{aligned} \quad (4.12)$$

A determinação dos pólos e zeros dos controladores foi realizada por experimentação, recorrendo à resposta em frequência do sistema. Recorrendo a estas e à equação (4.12), foram obtidos os dados dos controladores apresentados na tabela 4.3, assim como os valores de  $MF$  e  $\omega_{LB}$  obtidos. A partir destes, foram obtidas as funções de transferência dos controladores, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. Os controladores resultantes estão apresentados na equação (4.13). As respetivas respostas em frequência dos ganhos de malha de cada saída, com o controlador respetivo, estão apresentadas na figura 4.9.

Tabela 4.3: Dados dos controladores do conjunto de robôs, para a primeira arquitetura

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$z_1$ (rad/s)
$C_v$	60	2.82	4750	0.26	1.29	3.06
$C_d$	60	1.7	4750	0.03	7.5	0.335

$$\begin{aligned} C_v(z) &= \left[ \begin{array}{cc|c} 1,8533 & -0,8564 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 62,9657 & -48,3733 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 52,0637 \end{array} \right]_F \\ C_d(z) &= \left[ \begin{array}{c|c} 0,997 & 1 \\ 12,9674 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,4724 & 1 \\ 53,8193 & 319,0296 \end{array} \right]_F \end{aligned} \quad (4.13)$$



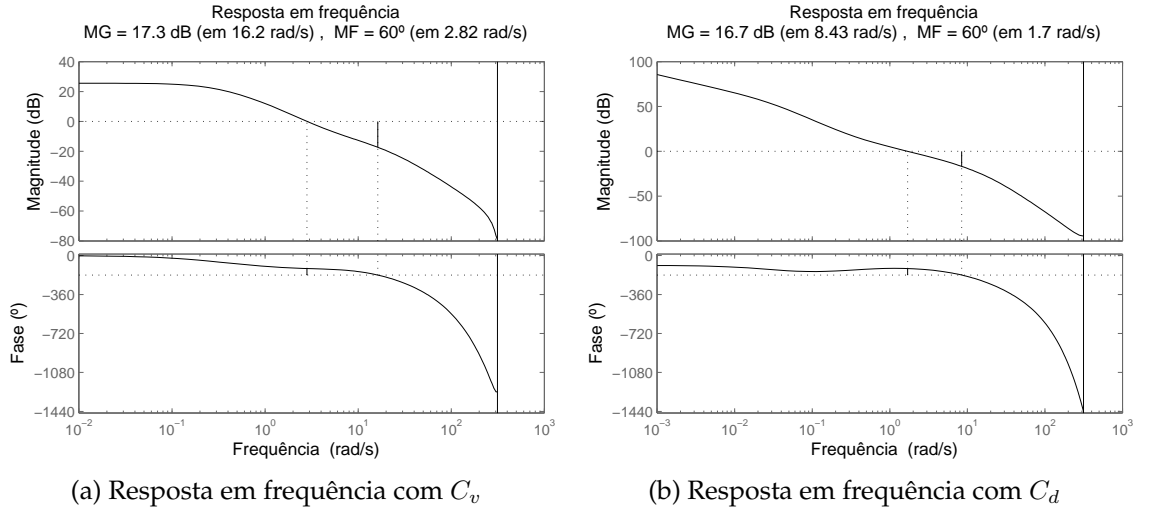


Figura 4.9: Resposta em frequência dos ganhos de malha do conjunto de robôs

### Projeto da Arquitetura com Falha

Neste caso, não é utilizado o sistema com troca de ações de controlo respetivas a cada saída, devido à dificuldade de obtenção das respostas em frequência para esta situação de funcionamento. Assim, é utilizada apenas a situação de falha de constante de tempo, sendo introduzido um sistema de 1ª ordem, com ganho estático unitário, em série com a entrada do primeiro robô. Neste caso, é introduzido no sistema um pólo com frequência de 1 rad/s, de forma que este seja um pólo dominante, resultando no sistema de 1ª ordem da equação (4.14).

$$G(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (4.14)$$

A falha é aplicada ao robô da frente, pelo que a resposta em frequência da distância não se altera. Foi obtida a resposta em frequência da velocidade com esta alteração de dinâmica, estando apresentada na figura 4.10.

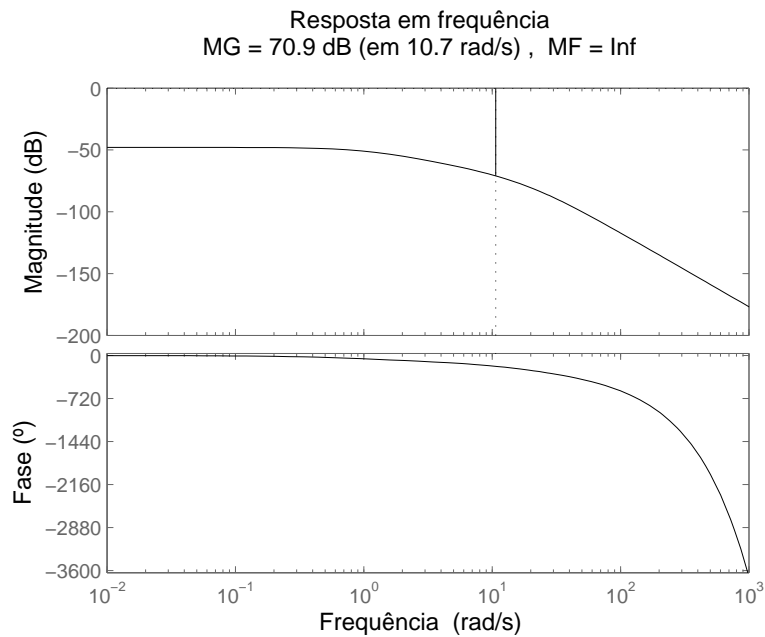


Figura 4.10: Resposta em frequência da velocidade do robô com falha

O controlador de distância é idêntico ao da primeira arquitetura, sendo o controlador de velocidade obtido através desta nova resposta em frequência. Os dados do controlador estão apresentados na tabela 4.4, assim como os valores de  $MF$  e  $\omega_{LB}$  obtidos. A partir destes, foi obtida a função de transferência do controlador, sendo efetuada a sua discretização, conversão para modelo de estado e decomposição *slow-fast*. O controlador resultante está apresentado na equação (4.15). A respetiva resposta em frequência do ganho de malha está apresentada na figura 4.11.

Tabela 4.4: Dados do controlador do robô, para a segunda arquitetura

Controlador	$MF$ (°)	$\omega_{LB}$ (rad/s)	$K$	$p_1$ (rad/s)	$p_2$ (rad/s)	$z_1$ (rad/s)
$C_v$	60	2.83	4750	0.2	9.9	1.365

$$C_v(z) = \left[ \begin{array}{c|c} 0,9802 & 1 \\ \hline 80,2917 & 0 \end{array} \right]_S + \left[ \begin{array}{c|c} 0,3716 & 1 \\ \hline 3,8484 & 689,011 \end{array} \right]_F \quad (4.15)$$

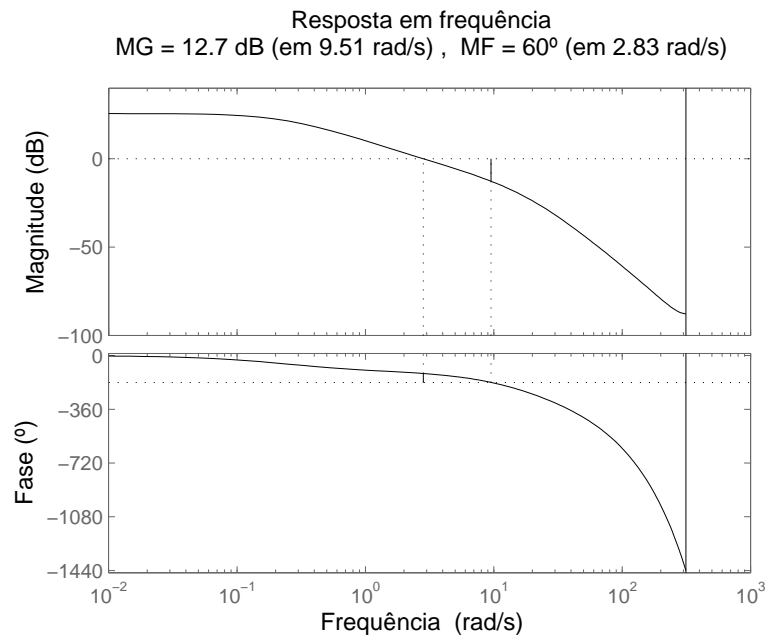


Figura 4.11: Resposta em frequência do ganho de malha do robô, com falha

Sendo que cada arquitetura de controlo está ajustada para uma situação diferente, foram obtidos os dados de resposta em frequência de ambas as arquiteturas com cada situação de funcionamento, estando os resultados apresentados na tabela 4.5. Neste caso, os valores de margem de fase vêm apresentados em graus, e os valores de largura de banda em rad/s.

Tabela 4.5: Dados de ambas as arquiteturas dos robôs para ambas as situações

	Arquiteturas			
	Primeira		Segunda	
	$C_v$	$C_d$	$C_v$	$C_d$
	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$	MF   $\omega_{LB}$
Normal	60   2.82	60   1.7	-21.6   25	60   1.7
Com falha	7.72   1.71	60   1.7	60   2.83	60   1.7

A primeira arquitetura tem um comportamento bastante distinto do pretendido quando utilizada numa situação de falha, e a segunda arquitetura instabiliza o anel fechado quando utilizada numa situação sem falha. Sendo que não existe interferências entre os anéis fechados, verifica-se que a única situação de instabilidade está associada à utilização da arquitetura adequada à situação de falha, em situação normal.

### 4.3 Sistema de Supervisão

Para implementar o conceito de UC, é necessário determinar qual o comportamento pretendido para os anéis fechados. Neste caso, as especificações pretendidas estão apresentadas na tabela 4.6, assim como o ganho estático ( $K$ ), fator de amortecimento ( $D$ ) e frequência natural ( $\omega_n$ ) necessários. Estes dados são usados para construir os modelos de anel fechado (4.16), na forma de funções de transferência de 2ª ordem, sem zeros.

Tabela 4.6: Dados para construção dos modelos em anel fechado para o conjunto de robôs

Modelo	MF (°)	$t_s$ (s)	Erro (%)	$K$	$D$	$\omega_n$ (rad/s)
$H_v$	60	3	5	0.95	0.612	2.507
$H_d$	60	5	5	0.95	0.612	1.504

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2D\omega_n s + \omega_n^2} \Rightarrow \begin{cases} H_v(s) = \frac{5,971}{s^2 + 3,069s + 6,285} \\ H_d(s) = \frac{2,149}{s^2 + 1,841s + 2,262} \end{cases} \quad (4.16)$$

É ainda necessário definir os parâmetros da função de desempenho, mais especificamente, os parâmetros  $\rho$  e  $\lambda$  e o parâmetro do mecanismo de permanência  $\gamma$ . Sendo que o tempo de estabelecimento mais elevado é de  $t_s = 5$  s, pretende-se que sejam usados 8 segundos de amostras para o cálculo do índice de desempenho, ou seja, 80 amostras. Assim, recorrendo de novo à equação (2.16), foi obtido um valor de  $\rho = 0,9441$ . A utilização de poucas amostras deve-se à rápida estabilização do sistema, em torno do valor final.

Os parâmetros  $\lambda$  e  $\gamma$  são determinados por experimentação, de forma que a norma da ação de controlo esteja na mesma ordem de grandeza da norma do erro, e que não existam demasiadas comutações. Assim, pretende-se obter uma diferença significativa entre os índices de desempenho de todas as arquiteturas. Os seus valores foram fixos em  $\lambda = 0,0001$  e  $\gamma = 0,01$ .

É utilizado de novo o mecanismo de permanência com *dwell-time*, que impede a existência de comutações durante um certo período de tempo. Este período de tempo é escolhido de forma que o sistema atinja o regime permanente, antes de ser possível realizar outra comutação. Neste caso, é utilizado um período de 10 segundos.

### 4.4 Simulação do Protótipo com *Unfalsified Control*

Pretende-se agora testar o desempenho do sistema de supervisão, de forma a verificar o seu funcionamento num processo real. Para isto, foi realizada uma experiência, com o objetivo de verificar se o sistema de supervisão deteta qual a melhor arquitetura de

controlo, em todos os instantes. Os parâmetros da experiência são os seguintes:

- A duração das experiências é de 50 segundos.
- Considera-se a arquitetura normal como arquitetura 1 ( $A_1$ ) e a arquitetura com falha como arquitetura 2 ( $A_2$ ).
- O sistema parte de funcionamento em regime permanente com a arquitetura  $A_1$ , e consideram-se os dois pontos de funcionamento apresentados na tabela 4.7.
- São efetuadas as comutações de pontos de funcionamento  $P_1 \rightarrow P_2$  e  $P_2 \rightarrow P_1$ , nos instantes  $t = 5$  s e  $t = 20$  s, respetivamente.
- É introduzida a falha de constante de tempo no instante  $t = 15$  s, e retirada no instante  $t = 30$  s.

Tabela 4.7: Referências para teste de arquiteturas no conjunto de robôs

Saída	Primeiro		Segundo	
	Velocidade (m/s)	Distância (m)	Velocidade (m/s)	Distância (m)
Referência	0.1	0.2	0.15	0.3

As respostas do sistema, índices de desempenho das arquiteturas e índice de arquitetura em utilização estão apresentadas na figura 4.12.

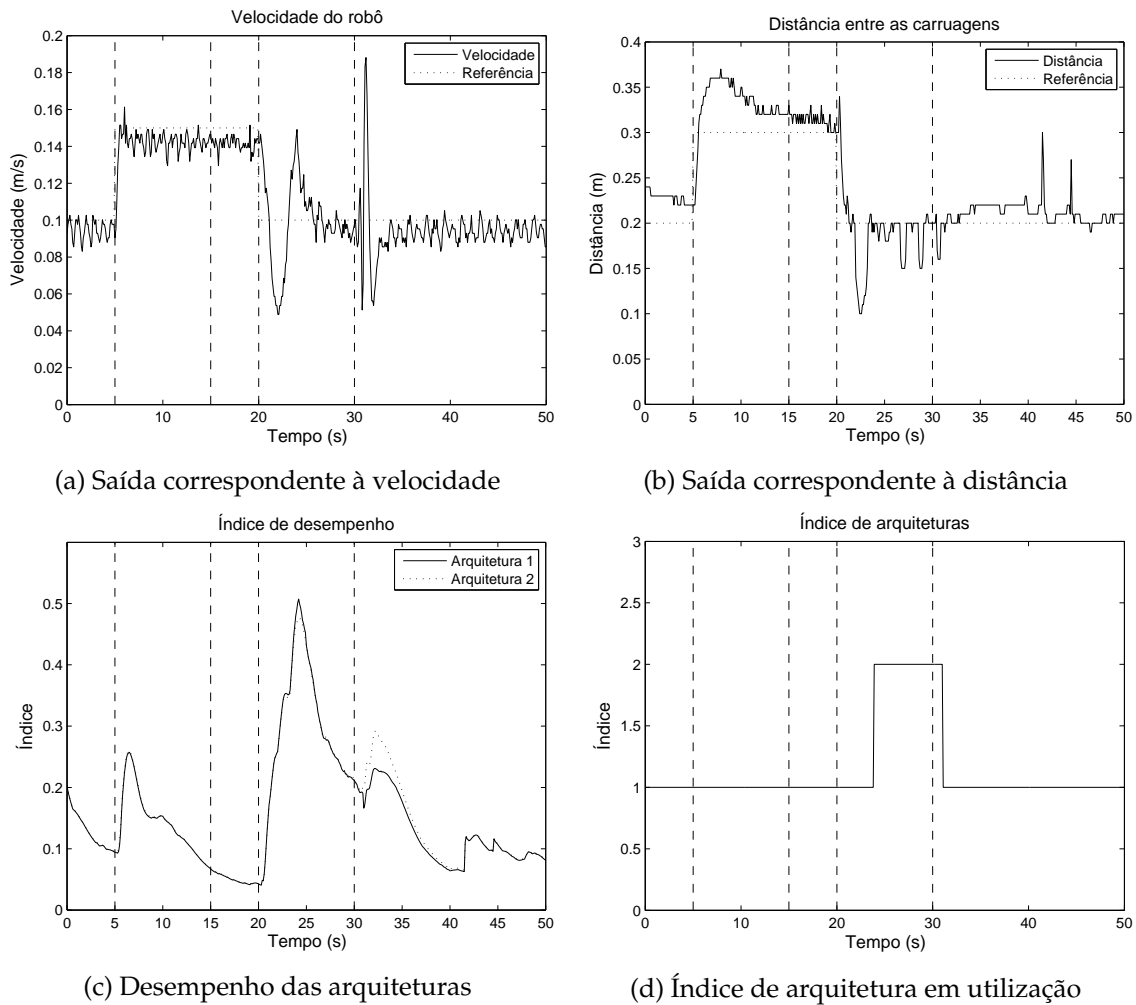


Figura 4.12: Respostas do conjunto de robôs

A alteração de referências origina sempre a seleção da arquitetura mais apropriada para a situação de funcionamento, quer esta seja com falha ou não. Um caso particular é a primeira alteração, em que não se verifica qualquer comutação, pois a arquitetura de controlo é já a apropriada.

Ao retirar a falha, o sistema torna-se instável, pelo que a estrutura de UC deteta a situação e comuta a arquitetura, sem a necessidade de alteração do ponto de funcionamento.

Os resultados apresentados no controlo do sistema simulado (comboio), e do protótipo laboratorial (conjunto de robôs), são bastante semelhantes. Assim, a estrutura de UC é adequada ao controlo de sistemas MIMO com diferentes dinâmicas ou pontos de funcionamento.

## 4.5 Resumo

A utilização de BT e UC num processo real apresentou resultados bastante semelhantes aos obtidos no sistema simulado. O sistema de supervisão detetou situações de alteração de dinâmica, e inseriu no anel fechado a arquitetura apropriada a cada situação.

Neste caso, a atuação numa entrada não provoca alterações em ambas as saídas, visto os robôs não terem uma ligação física. Assim, a situação de instabilidade verificada já é esperada, através da análise aos anéis fechados individuais, devendo-se à inadequação da arquitetura de controlo à situação de funcionamento.

Apesar das diversas diferenças entre sistemas simulados e processos reais, o comportamento do sistema de supervisão baseado em UC é semelhante para ambos, permitindo a seleção da arquitetura de controlo adequada à dinâmica pretendida em anel fechado.







# Conclusão

*Resumo: Neste capítulo são referidas e analisadas as principais conclusões sobre o trabalho desenvolvido, e são apresentadas hipóteses de trabalho futuro sobre o tema.*

## 5.1 Conclusões

Esta dissertação estuda uma solução para o problema de controlo de sistemas MIMO, utilizando uma estrutura de controlo com controladores SISO, e aplicação de UC. Assim, mantém-se um baixo nível de complexidade na determinação dos controladores e é possível ignorar o uso de modelos do processo para o funcionamento do anel fechado.

Foram obtidos modelos para todos os sistemas utilizados, mas apenas com o objetivo de simplificar a especificação de controladores, não sendo necessários para o funcionamento da estrutura de controlo. Mais precisamente, com a utilização de outras técnicas de sintonização de controladores, seria possível implementar a estrutura de UC sem a utilização de modelos para os sistemas.

Sendo que o método de adaptação do supervisor consiste na comutação entre controladores, verificou-se que as comutações apresentam descontinuidades na ação de controlo fornecida ao sistema. Isto origina regimes transitórios abruptos na saída do sistema, passíveis de provocar instabilidade ou avarias num sistema real. No entanto, a utilização de uma estrutura de BT permite reduzir estes aspetos, apresentando uma transição suave na saída do sistema, após uma comutação. Este efeito é comparável à alteração do sinal de referência, caso o novo controlador fosse o ativo antes da comutação.

A implementação do conceito de UC é baseado numa função de desempenho que, em cada instante, fornece uma estimativa de qual o controlador que deve ser inserido no anel fechado. Esta função utiliza sinais fictícios, produzidos pelos modelos inversos dos controladores, pelo que todos os controladores desenvolvidos são *causally-left-invertible*. A especificação completa desta função depende da sintonização de um parâmetro  $\lambda$ , que representa o peso da norma da ação de controlo no cálculo do índice de desempenho. Caso seja utilizado fator de esquecimento, é também necessário determinar o seu valor, consoante o número de amostras que se pretenda utilizar no cálculo do índice.

A seleção do melhor controlador tem de ser acompanhada de um mecanismo de permanência, de forma a não existir uma comutação excessivamente rápida entre controladores. Neste caso, foi implementado um mecanismo baseado em *offset*. O seu valor foi especificado para cada sistema, de forma a só existir uma comutação caso o índice de desempenho de um controlador seja significativamente menor que o do controlador ativo. Em certos casos, revelou-se vantajoso a agregação de um mecanismo adicional com *dwell-time*, que impede a comutação de controladores durante um intervalo de tempo, após cada comutação. Este intervalo foi escolhido de forma a apenas ser possível existir nova comutação, caso o sistema já tenha atingido o regime permanente.

Numa primeira fase, a abordagem aos conceitos consistiu no desenvolvimento das estruturas de BT e UC, para um sistema SISO. Ambas apresentaram resultados satisfatórios recorrendo a controladores SISO, sem efeito integral, tendo sido analisados os benefícios da utilização da estrutura de BT, e a boa capacidade de adaptação do sistema de controlo.

Numa segunda fase, foi apresentado e modelado um sistema MIMO, de forma a ser usado para teste do sistema de supervisão. Resultou um sistema com dependências entre as diversas saídas, ou seja, com comportamentos bastante diferentes consoante o número de saídas a controlar. Neste caso, as estruturas implementadas sofreram uma revisão, de forma a serem adaptadas a sistemas MIMO.

A estrutura de BT foi aplicada individualmente a cada controlador das arquiteturas. Os resultados apresentados são semelhantes aos de uma comutação entre controladores individuais, pelo que não foi necessário alterar a estrutura de forma a aplicá-la no sistema MIMO.

A estrutura de UC, sem alteração, gerava dois índices de desempenho distintos para cada arquitetura de controlo, levantando questões sobre o critério de seleção da melhor arquitetura. Este fato foi solucionado com a utilização de normas matriciais, agregando os sinais respetivos de todos os controladores de cada arquitetura. Assim, com a obtenção de apenas um índice de desempenho, manteve-se o mesmo critério de seleção anterior. Esta solução revela-se extensível, ou seja, a utilização de normas matriciais permite que cada arquitetura contenha mais de dois controladores.

Foi desenvolvida uma estrutura de *anti-windup* que fosse aplicável aos controladores com decomposição *slow-fast*. Esta consiste na anulação do sinal de erro para o modo lento dos controladores, caso existisse saturação da ação de controlo e este fosse contribuir para o aumento do efeito integral. A alteração do sinal de erro para o modo rápido do

controlador introduz descontinuidades na ação de controlo, pelo que este não é mexido.

A utilização de fator de esquecimento e controladores com efeito integral dificulta bastante a implementação de uma estrutura de supervisão com UC. Este efeito provoca valores finais de ação de controlo, e de saída do sistema, idênticos para todos os controladores. Assim, verifica-se um valor final de índice de desempenho idêntico para todas as arquiteturas, impossibilitando a escolha de qual a que deve ser inserida no anel fechado.

A utilização de controladores sem efeito integral permitiu obter resultados semelhantes aos verificados para o exemplo de aplicação inicial. Apesar de alguns comportamentos provocados pelas dependências entre as saídas, a estrutura implementada seleciona, em cada instante, a arquitetura adequada à dinâmica do sistema.

No caso de controladores que instabilizam o anel fechado, a estrutura de supervisão revelou-se incapaz de detetar esta situação de forma clara, visto estes não estarem inseridos no anel fechado. Neste caso, o desempenho dos controladores em questão era semelhante ao dos restantes, apesar de ser sempre detetada a arquitetura apropriada.

A estrutura de supervisão foi ainda testada com a adição de ruído e perturbações ao sistema simulado. Os resultados obtidos foram bastante semelhantes aos apresentados sem estes efeitos, pelo que era possível prever um bom funcionamento em processos reais.

Retirar o efeito integral dos controladores permite evidenciar uma vantagem da utilização de anéis de controlo SISO. Neste caso, foi possível utilizar controladores com diferentes estruturas, sem a alteração do sistema de supervisão. Este fato repete-se com a alteração da dinâmica do sistema, sendo necessário um ajuste simples dos controladores.

Foi realizada a implementação das mesmas estruturas num processo real MIMO, constituído por dois robôs. Os resultados obtidos foram semelhantes aos do sistema simulado, sendo apenas necessário um ajuste dos parâmetros da função de desempenho e do mecanismo de permanência.

Conclui-se que o conceito de UC é aplicável tanto a sistemas MIMO como SISO, sendo necessária apenas a sintonização da função de desempenho.

## 5.2 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros recomenda-se a abordagem a diferentes funções de desempenho, de forma a possibilitar o uso de controladores com efeito integral, e a detetar mais claramente controladores que instabilizam o anel, como a apresentada em [8][37][7]. Para além disto, a utilização de um conjunto de funções de desempenho pode ser favorável, de forma a obter um índice de desempenho robusto, independentemente do sistema e dinâmica pretendida para o anel fechado.

Outro aspeto a considerar sobre a função de desempenho consiste em arranjar alternativas à utilização das normas matriciais para sistemas MIMO. Uma hipótese consiste

na utilização de matrizes de pesos nestas normas, de forma a possibilitar a atribuição de um peso a cada variável para o cálculo dos índices de desempenho.

O projeto dos controladores tendo em conta os efeitos provocados pela outra saída pode permitir um melhor comportamento dos anéis fechados. Assim, utilizar outros métodos de projeto de controladores pode melhorar o desempenho do sistema de supervisão.

Para além das alternativas às normas matriciais, seria interessante o estudo de outros fatores de esquecimento para além do utilizado neste trabalho. Por exemplo, a utilização de um número distinto de amostras, ou com pesos diferentes origina resultados bastante distintos. Assim, um fator de esquecimento adequado permite uma estabilização rápida dos índices de desempenho, e uma melhor seleção de qual o controlador a inserir no anel fechado.

Um outro elemento de estudo consiste nos mecanismos de permanência, ou seja, em formas de evitar comutação excessiva de controladores e, em simultâneo, não ser demasiado exigente para impedir qualquer comutação. A utilização de diversos mecanismos em simultâneo, ou o desenvolvimento de outras formas de permanência pode ser vantajosa, de forma que este se adapte à alteração de dinâmica do sistema.

# Bibliografia

- [1] S. Baldi et al. "Multi-Model Unfalsified Switching Control of Uncertain Multivariable Systems". Em: *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* 26.8 (2012), pp. 705–722.
- [2] T. Basar e P. Bernhard. *H<sub>∞</sub> Optimal Control and Related Minimax Design Problems*. 1st. Boston, U.S.A.: Birkhäuser Boston, 1995.
- [3] J. Bendtsen, J. Stoustrup e K. Trangbaek. "Bumpless transfer between observer-based gain scheduled controllers". Em: *International Journal of Control* 78.7 (2005), pp. 491–504.
- [4] S. Cheong e M. G. Safonov. "Bumpless Transfer for Adaptive Switching Controls". Em: *Proc. of the 17th IFAC World Congress* (2008), pp. 6–11.
- [5] F. Costa, F. Coito e L. Palma. "Switched Unfalsified Multicontroller". Em: *in Proc. DoCEIS'11* (2011), pp. 393–401.
- [6] A. Dehghani, B. Anderson e A. Lanzon. "Unfalsified Adaptive Control: A New Controller Implementation and Some Remarks". Em: *Proc. of European Control Conference* (2007), pp. 709–716.
- [7] S. Engell e J. Mandler. "Application of a New Scheme for Adaptive Unfalsified Control to a CSTR with noisy measurements". Em: *Advanced Control of Chemical Processes* 7 (2008), pp. 910–915.
- [8] S. Engell, T. Tometzki e T. Wonghong. "A New Approach to Adaptive Unfalsified Control". Em: *Proc. of European Control Conference* (2007), pp. 1328–1333.
- [9] R. Freeman e P. Kokotovic. *Robust Nonlinear Control Design: State-Space and Lyapunov Techniques*. 1st. Boston, U.S.A.: Birkhäuser Boston, 1996.
- [10] A. Ghoshal e V. John. "Anti-windup Schemes for Proportional Integral and Proportional Resonant Controller". Em: *National Power Electronic Conference* 10 (2010).
- [11] J. P. Hespanha. *Tutorial on supervisory control*. Santa Barbara, California, 2001.

- [12] J. P. Hespanha, D. Liberzon e A. S. Morse. "Overcoming the limitations of adaptive control by means of logic-based switching". Em: *Systems 'I&' Control Letters* 49.1 (2003), pp. 49–65.
- [13] J. Öhr, M. Sternad e A. Ahlén. "Anti-Windup Compensators For Multivariable Control Systems". Em: *European Control Conference* (1997).
- [14] M. Jun e M. G. Safonov. "Automatic PID Tuning: An Application of Unfalsified Control". Em: *Proc. of the 1999 IEEE Symposium on CACSD* (1999), pp. 328–333.
- [15] R. L. Kosut. "Adaptive calibration: An approach to uncertainty modeling and on-line robust control design". Em: *Proc. of IEEE Conf. on Decision and Control* 25 (1986), pp. 455–461.
- [16] R. L. Kosut, M. K. Lau e S. P. Boyd. "Set-membership identification of systems with parametric and nonparametric uncertainty". Em: *IEEE Trans. on Automatic Control* 37.7 (1992), pp. 929–941.
- [17] H. Kwakernaak e R. Sivan. *Linear Optimal Control Systems*. 1st. New York, USA: John Wiley e Sons, Inc., 1972.
- [18] Y. Landau et al. *Adaptive control: algorithms, analysis and applications*. 2nd. London, England: Springer, 2011.
- [19] I. Mallocci et al. "Bumpless transfer for discrete-time switched systems". Em: *American Control Conference* (2009), pp. 1078–1083.
- [20] B. Martensson. "Adaptive stabilization". Tese de mestrado. Lund Institute of Technology, address =.
- [21] E. Moore. "On the reciprocal of the general algebraic matrix". Em: *Bulletin of the American Mathematical Society* 26.9 (1920), pp. 394–395.
- [22] A. Morse. "Towards a unified theory of parameter adaptive control—part II: Certainty equivalence and implicit tuning". Em: *IEEE Trans. on Automatic Control* 37.1 (1992), pp. 15–29.
- [23] E. Nabati e S. Engell. "Data-driven Adaptive Control: Making Unfalsified Control Work Better". Em: *Proc. of the 18th IFAC World Congress* (2011), pp. 1285–1290.
- [24] N. Nise. *Control Systems Engineering*. 6th. New York, U.S.A.: John Wiley e Sons, Inc., 2000.
- [25] A. Paul e M. G. Safonov. "Model Reference Adaptive Control using Multiple Controllers and Switching". Em: *Proc. of 42nd IEEE Conference on Decision and Control* 4 (2003), pp. 3256–3261.
- [26] R. Penrose. "A generalized inverse for matrices". Em: *Proc. of Cambridge Philosophical Society* 51 (1955), pp. 406–413.
- [27] M. G. Safonov e T. Tsao. *Feedback Control, Nonlinear Systems, and Complexity*. 1st. Springer Berlin Heidelberg.

- [28] M. G. Safonov e T. Tsao. "The Unfalsified Control Concept and Learning". Em: *IEEE Trans. on Automatic Control* 42.6 (1997), pp. 843–847.
- [29] M. G. Safonov e R. Wang. "Stability of Unfalsified Adaptive Control Using Multiple Controllers". Em: *Proc. of the American Control Conference* 5 (2005), pp. 3162–3167.
- [30] M. Stefanovic, A. Paul e M. G. Safonov. "Safe Adaptive Switching through Infinite Controller Set: Stability and Convergence". Em: *Proc. of 16th IFAC World Congress* 16 (2005), pp. 549–561.
- [31] M. Stefanovic e M. G. Safonov. "Safe adaptive switching control: Stability and convergence". Em: *IEEE Trans. on Automatic Control* 53.9 (2008), pp. 2012–2021.
- [32] K. J. Åström. "Adaptive Control Around 1960". Em: *IEEE Control Systems* 16.3 (1996), pp. 44–49.
- [33] K. J. Åström. "Control System Design". Em: *Lecture notes* (2002).
- [34] K. J. Åström e B. Wittenmark. *Adaptive Control*. 2nd. New York, USA: Dover Publications, Inc., 1994.
- [35] R. Wang et al. "Cost detectability and stability of adaptive control systems". Em: *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 17 (2007), pp. 549–561.
- [36] W. Wolovich e A. Arehart. "Bumpless Switching Controllers". Em: *Proc. of the 35th IEEE Conference on Decision and Control* 2 (1996), pp. 1654–1655.
- [37] T. Wonghoung e S. Engell. "Application of a New Scheme for Adaptive Unfalsified Control to a CSTR". Em: *Proc. of the 17th IFAC World Congress* (2008), pp. 1328–1333.
- [38] W. W. Woo, S. A. Svoronos e O. D. Crisalle. "A directional forgetting factor for single-parameter variations". Em: *Proc. of the 1995 American Control Conference* 2 (1995), pp. 1149–1151.
- [39] L. Zaccarian e A. R. Teel. "A common framework for anti-windup, bumpless transfer and reliable designs". Em: *Automatica* 38.10 (2002), 1735–1744.